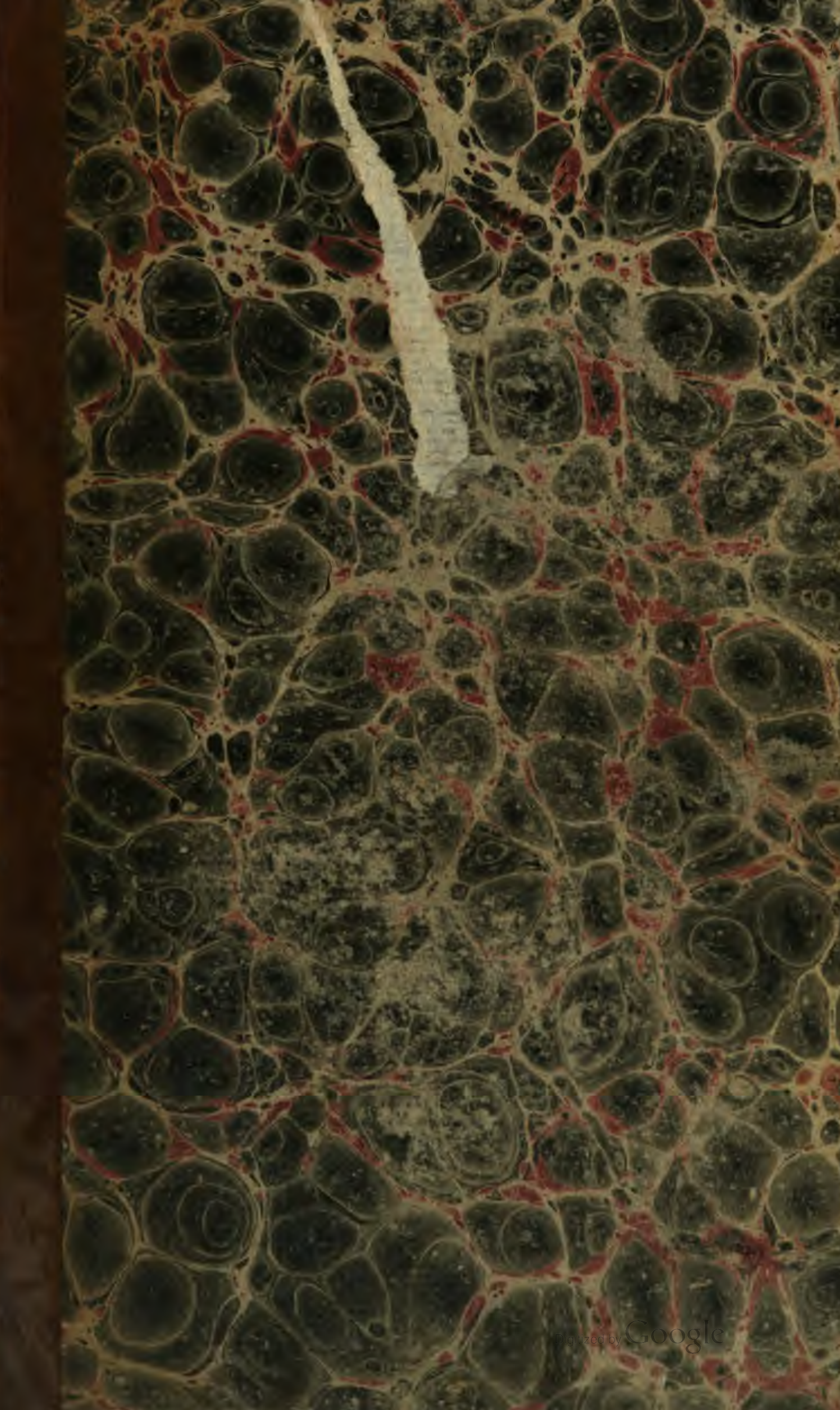
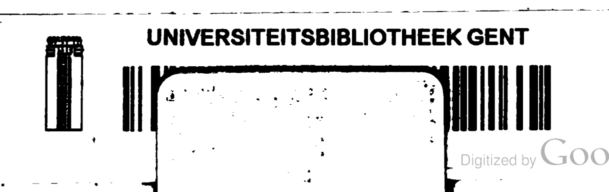



UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT
Digitized by Google

CORRESPONDANCE

MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE,

PUBLIÉE

PAR A. QUETELET,

PROFESSEUR A L'ATHÉNÉE ROYAL ET AU MUSÉE DES SCIENCES ET DES LETTRES DE BRUXELLES, MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES, CORRESPONDANT DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATIQUE DE PARIS, DE L'INSTITUT DES PAYS-BAS, ETC.

TOME III.



BRUXELLES,

M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE,

RUE DE LA MONTAGNE, N° 1023.

1827.



AVIS.

L'ACCUEIL bienveillant que la *Correspondance mathématique et physique* a reçu dès sa naissance, et la coopération de plusieurs savans distingués de ce royaume et de l'étranger (1), qui ont donné un nouveau prix au recueil, en y consignant le fruit de leurs recherches, semblent témoigner suffisamment en faveur de son utilité. On a pu mieux apprécier le mérite de plusieurs de nos compatriotes, qui peut-être avaient eu moins occasion de se faire connaître; on a pu se former aussi une idée plus juste de la force des études mathématiques dans nos établissemens d'instruction, par les solutions souvent heureuses de problèmes que nous ont fait parvenir des élèves, ou par les analyses des dissertations publiées dans nos Universités.

En cherchant à ne pas laisser nos lecteurs étrangers aux principales découvertes qui se font à l'extérieur, nous avons dû plus particulièrement nous occuper de ce qui, chez nous, méritait de fixer l'attention des savans. C'est l'état scientifique de notre pays, que nous devons tâcher de représenter fidèlement, tout en essayant, à l'exemple de l'estimable rédacteur des *Annales de Nismes*, d'établir entre les géomètres et les physiciens des relations qui tournent au profit de la science. On conçoit qu'il nous serait impossible de renfermer, dans un cadre aussi étroit que le nôtre, les résultats de toutes les recherches que l'on publie dans les différens pays; nous devons laisser ce soin à des recueils plus étendus, tels que le *Bulletin des sciences*, la *Revue*

(1) Nous rappellerons ici avec reconnaissance les noms de MM. *Bouvard*, *Ampère*, *Hachette*, *Gergonne*, *Villermé*, *Gambart*, *Lohrmann* de Dresde, *Gerono*, etc.

encyclopédique, etc. Nous nous contenterons de leur offrir les matériaux que nous aurons pu recueillir consciencieusement pour notre pays; et peut-être notre travail ne sera pas sans utilité, sous ce nouveau rapport.

Des mesures ont été prises pour que désormais les souscripteurs n'éprouvent plus de retards dans les expéditions, qui se feront directement de Bruxelles, où le recueil s'imprime actuellement. En me laissant le soin de diriger seul l'entreprise, M. *Garnier* a bien voulu me promettre de continuer à me communiquer ses recherches, et à m'aider de ses conseils, que son expérience et son savoir doivent me rendre précieux. La publication de la *Correspondance mathématique et physique* n'éprouvera donc aucun changement essentiel, ni pour la forme ni pour le fond.

Il paraîtra tous les ans un volume de ce recueil, format in-8°, d'environ 24 à 25 feuilles, y compris les planches, par livraison de deux, trois ou quatre feuilles: le prix de l'abonnement est de *7 fl. des Pays-Bas par an, pour le royaume, et 9 fl.* (*19 fr. 5 c.*) *pour l'étranger.* On souscrit à *Bruxelles*, chez P.-J. De Mat, imprimeur-libraire, Grand'Place, chez Berthot, libraire, Marché au Bois, et chez les principaux libraires du royaume (1). Les mémoires, notices, lettres, réclamations, seront adressés, *port franc*, au Rédacteur ou chez M. P.-J. De Mat.

A. QUETELET.

---

(1) On peut se procurer des exemplaires des deux volumes qui ont paru jusqu'à présent, aux prix ci-dessus désignés.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE.

Construire un triangle équilatéral qui ait ses sommets sur trois circonférences quelconques ; par M. PLATEAU, professeur de mathématiques élémentaires au Collége Royal de Liége.

Soient les trois circonférences C, C', C'' (fig. 1); prenons arbitrairement sur l'une d'elles, sur C', par exemple, un point *m* que nous considérerons comme l'un des sommets du triangle demandé. Si l'on conçoit maintenant que l'on ait tracé une série de triangles équilatéraux, ayant tous un premier sommet en *m*, et un second sur la circonférence C, il est aisé de voir que le lieu des troisièmes sommets sera une circonférence D, de même rayon que C, et dont le centre *p* sera le troisième sommet d'un triangle équilatéral dont les deux autres seraient les points *m* et *o*. En effet, il est visible que pour un point quelconque de la circonférence C, il en existe un correspondant sur la courbe en question, tel que les distances de ces deux points au point *m* sont égales et comprennent entr'elles un angle constant : cette courbe n'est donc évidemment que la circonférence C transportée d'une position à l'autre : quant au centre *o*, il se trouve nécessairement transporté en *p* de la même manière, c'est-à-dire, que le triangle *omp* doit être équilatéral. Ce qui précède étant admis, on voit que les points *n* et *n'*, où la circonférence D coupe la circonférence C'', seront les sommets de deux triangles équilatéraux satisfaisant à la condition donnée. Car la ligne D étant le lieu des troisièmes sommets de tous les triangles équilatéraux dont le premier sommet est en *m* et le second sur la circonférence C, les points *n* et *n'* appartiennent

à ces troisièmes sommets, et de plus ils sont sur la circonférence C'' ; les deux triangles $m\ n\ q$, $m\ n'\ q'$, satisferont donc au problème.

Ainsi, pour résoudre le problème, on prendra arbitrairement un point m sur l'une quelconque des trois circonférences : ensuite on construira le troisième sommet p d'un triangle équilatéral, dont les deux premiers seraient le point m et le centre d'une des deux autres circonférences; du point p comme centre et avec un rayon égal à celui de la seconde circonférence, on décrira un arc de cercle qui coupera en général la troisième en deux points, lesquels étant joints au point m, donneront les côtés de deux triangles satisfaisant à la condition posée.

On sent que suivant que l'arc de cercle coupera, touchera, on ne rencontrera pas la troisième circonférence, la construction donnera deux triangles, un triangle, ou n'en donnera pas.

On voit aussi que puisque le point m peut être pris arbitrairement sur la première circonférence, le nombre des solutions sera infini.

Lorsque les trois cercles sont concentriques, la droite om devient le rayon de la circonférence C', puisque les centres o et o' se confondent : il résulte de là que le troisième sommet p du triangle $m\ o\ p$, qu'il faut déterminer, se trouve sur la circonférence C', ce qui simplifie encore un peu la construction. Dans ce cas aussi, les deux triangles que donnera la construction, ne changeront ni de forme ni de grandeur par un déplacement du point m : ceci résulte évidemment de la symétrie de la figure : en sorte que le nombre infini de solutions se réduit réellement, dans ce cas, à deux triangles différens : la construction peut aussi n'en donner qu'un, ou n'en pas donner du tout, comme dans le cas général.

(Ce problème avait été proposé à la page 366 du vol. précédent, mais d'une manière moins générale, puisqu'on y supposait les trois circonférences concentriques. Nous avons reçu une solution de M. *Manderlier*, mais pour ce dernier cas. Comme la construction rentre dans celle qui précéde, nous nous contenterons de la mentionner). A. Q.

Inscrire à un polygone régulier un autre polygone regulier d'un nombre double de côtés; par M. MANDERLIER, candidat en sciences à l'Université de Gand.

Soient AB et BC deux côtés contigus d'un polygone régulier quelconque (fig. 2).

Joignons les sommets alternes A et C et prenons AH=CI=AK=$\frac{1}{2}$AC : menons KH et KI, et par le centre O du polygone menons OF et OH, parallèles à KI et KH : les points E, F seront les sommets des angles du nouveau polygone :

En effet, le triangle ABC étant isocèle, donne CAB=BCA et comme AH=AK=CK=CI, on a AHK=AKH=CKI=CIK et par conséquent AEO=CFO=CLF. De plus EF est parallèle à AC puisque BA=BC et BE=BF. Donc CLF=LFE=CFO : on prouverait de même que OEF=OED etc. Ainsi : ODE=OED=OEF=OFE=OFG= etc.

Donc : 1° les angles du nouveau polygone DEFG etc. doubles de ces derniers, sont tous égaux entre eux :

2° Puisque les angles aux bases ODE, OED, OEF, etc. sont égaux, les angles en O le sont aussi ; et par conséquent les triangles DOE, EOF etc. sont tous égaux et isocèles ; ainsi OD=OE=OF=OG= etc. et DE=EF=FG= etc. Donc enfin les angles de la figure DEFG etc. sont tous égaux entre eux aussi bien que les côtés.

(Le problème proposé à la page 308 du volume précédent, ne concernait que le quadrilatère ; sept réponses différentes nous sont parvenues ; trois de M. *Manderlier*, deux de M. *Dauberesse*, une de M. *Groetaers*, et une autre de M. *Leblanc*; comme elles se ressemblaient, pour le fond, nous avons choisi la plus simple qui est en même temps la plus générale). A. Q.

Dans tout polyèdre, la somme des angles plans des faces, vaut autant de fois quatre droits, qu'il y a d'angles polyèdres moins deux; ou autant de fois quatre droits, qu'il y a d'arêtes moins le nombre des faces. Problème proposé à la page 308, vol. 2, et résolu par M. MANDERLIER.

Soient f, f', f'', etc. les faces d'un polyèdre quelconque, s, s', s'', etc. les sommes respectives des angles de chacune d'elles, et n, n', n'', etc. les nombres respectifs des côtés; on aura :

$$\begin{array}{ll} \text{pour } f\ldots\ldots & s\ =2Dr(n-2) \\ \text{pour } f'\ldots\ldots & s'\ =2Dr(n'-2) \\ \text{pour } f''\ldots\ldots & s''=2Dr(n''-2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \text{ etc.} \end{array}$$

En ajoutant toutes ces équations, et observant qu'il y en a autant que de faces, si l'on représente le nombre total des faces par F, on obtiendra :

$$s+s'+s''+\text{etc.}=2Dr\ (n+n'+n''+\text{etc.}-2F).$$

Mais $s+s'+s''$ etc. est la somme de tous les angles plans, que nous désignerons par S', et dans la somme $n+n'+n''+$ etc., toutes les arêtes du polyèdre sont comptées deux fois, ou $n+n'+n''+$ etc. $=2A$, A étant le nombre d'arêtes du polyèdre, on aura donc :

$$S'=2Dr\ (2A-2F)=4Dr\ (A-F).$$

On sait que, pour tout polyèdre, on a la relation

$$F+S=A+2,$$

F étant le nombre de faces, S le nombre d'angles polyè-

dres et A celui des arêtes. De cette relation on tire :

$$A-F=S-2.$$

On a donc aussi $S'=4Dr(S-2)$, donc, etc.

ALGÈBRE.

Tout nombre premier ne diffère que d'une unité d'un multiple de six ; par M. H. Leblanc, élève de l'Athénée de Luxembourg.

En effet, il est clair que tous les nombres entiers sont compris dans les six expressions $6n$, $6n+1$, $6n+2$, $6n+3$, $6n+4$, $6n+5$; car si on fait successivement $n=0$, 1, 2, 3, etc, on aura tous les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, etc. Mais tous les nombres renfermés dans $6n$, $6n+2$, $6n+3$, $6n+4$, sont divisibles respectivement par 6, 2, 3 et 2; il n'y a donc que ceux compris sous $6n+1$, et $6n+5$ qui puissent être premiers. De sorte que tous les nombres premiers se trouvent dans $6n+1$ et $6n+5$: en d'autres termes, tout nombre premier est de la forme $6n+1$ ou $6(n+1)-1$; il ne diffère donc que d'une unité d'un multiple de 6, savoir $6n$, ou $6(n+1)$.

[Il nous est parvenu sur la même question deux solutions de M. *Dauberesse ;* nous regrettons de ne pouvoir les donner ici].

A. Q.

Théorème de Fermat : *soit* p *un nombre premier et* a *un nombre quelconque premier avec* p ; *la puissance* $a^{p-1}-1$ *sera exactement divisible par* p. Démonstration de M. Verhulst, docteur en sciences.

Il faut se rappeler la proposition suivante qui se trouve de-

montrée dans la plupart des traités d'algèbre : (1) « Si p est un nombre premier et a un nombre premier avec p, le produit aq étant divisé par p, donnera lieu à $p-1$ restes différens, en écrivant successivement, à la place de q, tous les nombres depuis 1 jusqu'à $p-1$; par conséquent, ces restes comprendront tous les nombres depuis 1 jusqu'à $p-1$. » En effet : soit $aq=\mathrm{M}p+r$, le signe Mp désignant un nombre multiple quelconque de p, et r le reste de la division de aq par p : en substituant à q un autre nombre q' également $<p$, il faudrait avoir $aq'=\mathrm{M}p+r$ (2) pour que le produit aq' donnât le même reste r. D'où l'on conclurait : $a(q-q')=\mathrm{M}p$; le nombre a n'étant pas divisible par p, il faudrait que $q-q'$ le fût, ce qui est impossible puisque q et q' sont séparément $<p$.

Il résulte de ce que nous venons de voir, que

$$\begin{aligned}
1a&=0.p+a\\
2a&=\mathrm{M}p+r''\\
3a&=\mathrm{M}p+r'''\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
(p-1)\,a&=\mathrm{M}p+r^{(p-1)}
\end{aligned}$$

D'où suit l'égalité :

$$\left\{1\times2\times3\ldots\ldots\times(p-1)\right\}a^{p-1}=\mathrm{M}p+a\times r''\times r'''\times\ldots\ldots r^{(p-1)}$$

et comme les lettres $a, r'', r''' \ldots r^{(p-1)}$ tiennent chacune la place d'un nombre différent depuis 1 jusqu'à $p-1$, les deux membres de l'égalité précédente deviennent divisibles par $1\times2\times3\ldots\ldots\times(p-1)$ et il reste :

$$a^{p-1}=\mathrm{M}p+1.$$

(1) Voyez *Lacroix*, compl. d'alg. §. 160.

(2) Il ne faut pas perdre de vue que Mp, étant le symbole de tous les multiples de p, peut représenter des nombres très-différens.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Étant donnés un point et un cercle, trouver le lieu géométrique du point qui partagerait en deux parties dans un rapport constant, la ligne menée du point donné à l'un quelconque des points de la circonférence. Problème, proposé à la page 366 du volume précédent, et résolu par M. DAUBERESSE, étudiant en sciences à l'Université de Louvain.

En prenant pour pôle le point donné et en comptant les angles V à partir de la ligne qui joint le pôle et le centre du cercle, nous aurons pour l'équation de la circonférence

$$\rho^2 - 2A\rho \operatorname{Cos} V + T^2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

A est la distance du pôle au centre du cercle, et T la tangente menée du pôle au même cercle.

Soit maintenant ρ' le rayon vecteur de la courbe cherchée : d'après l'énoncé, sa longueur sera dans un rapport constant *m* avec l'autre partie du rayon vecteur de la circonférence donnée, et l'on aura :

$$\frac{\rho'}{\rho - \rho'} = m.$$

On en déduit :

$$\frac{\rho'(m+1)}{m} = \rho.$$

En substituant cette valeur de ρ dans l'équation (1), on obtiendra

$$\rho'^2\frac{(m+1)^2}{m^2}-2A\rho'\text{Cos}Y\left(\frac{m+1}{m}\right)+T^2=o.$$

Qui peut prendre la forme suivante

$$\rho'^2-\frac{2Am}{m+1}\rho'\text{Cos}Y+\frac{T^2m^2}{(m+1)^2}=o.$$

Cette équation appartient à un cercle, dont le centre est situé sur la ligne qui joint le point donné ou le pôle et le centre du cercle donné; la distance du pôle au centre de ce nouveau cercle est $\frac{Am}{m+1}$; la tangente menée du pôle au même cercle est $\frac{Tm}{m+1}$; donc le rayon R′ est $R'=\frac{m}{m+1}\sqrt{A^2-T^2}$; or $\sqrt{A^2-T^2}=R$ rayon du cercle donné; d'où il suit que $R'=\frac{m}{m+1}R$ et que $\rho' : \rho :: R' : R$, c. à. d, que les rayons de ces cercles sont dans le rapport des rayons vecteurs.

---

(1) M. *Dauberesse* a donné encore une autre solution du même problème fondée sur les propriétés de la similitude des triangles. Il nous en est parvenu également une de M. *Manderlier* qui a employé les considérations de la géométrie descriptive. En faisant usage de la théorie des projections qui semble effectivement se prêter mieux à la résolution de ce genre de problèmes, on aurait pu démontrer assez facilement que la courbe demandée est toujours semblable à la courbe donnée, quelle que soit d'ailleurs la nature de cette dernière ligne. Nous nous contenterons d'indiquer cette généralisation de l'énoncé.

Nous avons dû renvoyer au numéro suivant différentes solutions de problèmes qui n'ont pu trouver place dans celui-ci. Nous regrettons en même temps de ne pouvoir faire usage de quelques solutions de problèmes qui déjà ont été résolus dans le volume précédent de la *Correspondance Mathématique*.

A. Q.

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Propriétés projectives des courbes du second degré; par M. DANDELIN, professeur à l'Université de Liége.

On sait que si, par un point pris hors d'une surface du second ordre, on mène des plans tangens à cette surface, ces plans toucheront la surface suivant une série de points formant une courbe plane, qu'on peut considérer comme la courbe de contact de la surface du second ordre et d'un cône tangent à cette surface, et dont le sommet se trouverait au point donné.

Il résulte de là que toute section plane, faite dans la surface du second ordre, peut être considérée comme la base d'un cône tangent à cette surface : la démonstration directe est fort simple.

On a donné dans ce cas, au sommet du cône tangent, le nom de pôle du plan qui contient la courbe de contact du cône et de la surface.

Soient P et P′ les pôles de deux sections planes d'une surface du second ordre (fig. 3); menons par ces deux points une droite et concevons par cette droite une série de plans variables : concevons en outre les cônes tangens à la surface, ayant pour sommets les pôles P et P′; et pour bases, les deux sections planes dont nous venons de parler.

Un quelconque de ces plans coupera la surface du second ordre suivant une courbe ABA′B′, et les deux cônes, cha-

cun suivant deux arêtes PA, PB, P′A′ et P′B′ tangentes à la courbe ABA′B′, et les plans des sections suivant deux droites AB, A′B′, passant par les points de contact.

Or, on trouve dans plusieurs ouvrages ce théorème très-connu : si on mène à la fois les droites AA′ et BB′, et les droites A′B′ et AB, l'intersection S des deux premières et celle S′ des deux autres seront sur une même droite, avec les points P et P′. D'une autre part, on démontre que les points S et S′ dépendent, quant à leur position sur la ligne SS′, uniquement de la position des points P et P′ et des plans des sections, en sorte que quelle que soit la position du plan sécant, le point S et le point S′ restent invariables.

Mais, en faisant mouvoir le plan sécant, on fait varier les droites AB, A′B′, A′B, AB′ lesquelles engendrent deux cônes obliques passant à la fois chacun par les deux sections planes de la surface du second ordre, et ayant leurs sommets l'une en S, l'autre en S′. Ainsi, *par deux sections planes d'une surface du second ordre, on peut toujours faire passer deux cônes, et ces deux cônes auront leurs sommets dans la droite qui joint les pôles des deux sections.*

Tout cela est assez généralement connu pour qu'il ne soit nécessaire que de rappeller la marche qu'on peut suivre pour le démontrer : voici maintenant une conséquence moins connue et qui paraîtra peut-être assez curieuse.

Supposons qu'on ait donné deux sections planes sur une surface du second ordre, et imaginons qu'on ait construit l'un des deux cônes qui passent à la fois par ces deux sections ; rien n'empêche d'admettre que l'on fasse mouvoir une des sections parallèlement à elle-même, tandis que l'autre reste fixe, et dans ce mouvement on voit que le cône qui les contient se mouvra également.

Nommons A la section fixe et B la section variable, appelons *a* le pôle de la première et *b* celui de la seconde, puis concevons un plan immobile parallèle à la direction du plan qui contient les directions A et B de la section variable : ce plan coupera le cône suivant une courbe semblable à la sec-

tion variable. Supposons donc qu'on place l'œil au sommet S du cône, on verra sur ce plan la perspective de la section A représentée par une courbe semblable à la section B : si l'on prend le cas où le plan de la section B est tangent à la surface du second ordre, il est facile de voir qu'elle se réduit à un point qui est alors le sommet même du cône variable ; en sorte qu'en plaçant l'œil à ce point toutes les sections fixes, qu'on voudrait imaginer seront vues sous l'aspect d'une courbe semblable à la section B.

Mais, d'un autre côté, le point où la section variable B devient d'une étendue nulle, n'est autre chose que l'extrémité de celui des diamètres de la surface du second ordre qui serait conjuguée à un système de plans parallèles à la section B. Ainsi : *si l'on place l'œil au bout d'un diamètre d'une surface du second ordre, et qu'on prenne pour tableau un plan parallèle au plan conjugué à ce diamètre, toutes les courbes planes tracées sur la surface seront vues sur ce tableau suivant des courbes semblables entre elles et à la section, faites dans la surface par le plan conjugué dont nous avons parlé.*

Si on réfléchit ensuite que les droites qui passent par les pôles des courbes planes, dont nous venons de parler, et par l'œil, peuvent être considérées comme passant aussi par le centre de la section infiniment petite, qui est commune au plan tangent passant par l'œil et à la surface de contact, on trouve cet autre théorème.

La perspective d'une courbe plane, tracée sur une surface du second ordre, lorsque l'œil est au bout du diamètre conjugué au système de plans parallèles au plan du tableau, est une courbe du second degré qui a pour centre la perspective du pôle de cette courbe.

Ce théorème se change facilement ainsi que le précédent en théorème analogue à celui qui sert de fondement aux projections stéréographiques, on n'a pour cela qu'à étendre un peu la définition du mot de projection stéréographique, et à considérer comme telles les perspectives des lignes tracées sur une surface du second ordre, en prenant pour point de vue l'ex-

trémité d'un diamètre de la surface, et pour tableau un plan parallèle au plan conjugué à ce diamètre. Alors les deux théorèmes précédens se réunissent en un seul que voici :

Les projections stéréographiques des courbes planes tracées sur une surface du second ordre, sont semblables entre elles, et ont pour centres les projections des pôles de ces courbes.

Ce théorème est plus général que celui qui sert de base aux recherches que j'ai publiées dans les Mémoires de l'Académie, et il conduit à des conséquences curieuses. Je ne puis les développer ici. En voici seulement une qui généralise le théorème des foyers des sections coniques.

Si à une surface de révolution du second ordre, on mène une sphère tangente et ayant le même axe de révolution, tout plan qui touche cette sphère, coupe la surface suivant une courbe du second degré dont le foyer se trouve au point de contact de la sphère et du plan.

Ce théorème singulier peut se démontrer facilement au moyen de ce qui précède, et par des méthodes de renversement de projections semblables à celles que j'ai employées ailleurs. Tous ceux qui voudront s'en occuper, en trouveront aisément la preuve, et, chemin faisant, ils rencontreront des théorèmes piquans qui ne seraient point à leur place ici, mais qui peuvent être agréables à rencontrer dans des recherches qui ont pour but de s'exercer à l'étude de la géométrie descriptive.

Démonstration d'un théorème fondamental des projections stéréographiques.

En rendant compte d'une analyse d'un Mémoire de M. *Dandelin* sur l'emploi des projections stéréographiques en géométrie, que nous avons insérée dans le 1er vol. de la *Correspondance*, M. *Gergonne* observait avec raison (1) qu'il est à regretter que

(1) *Annales de Mathématiques*, n° X, cahier d'avril 1826.

l'auteur s'appuie sur une formule des transversales, pour démontrer le théorème suivant qui sert de base à sa théorie : *par deux cercles* p *et* p', *pris sur une sphère, on peut toujours faire passer deux systèmes de droites, formant deux cônes, dont les sommets sont sur la droite qui passe par les pôles P et P' de ces cercles.* « La prééminence des méthodes du genre des *sinus*, ajoute le savant rédacteur des *Annales Mathématiques*, devrait tenir essentiellement à l'absence de tout calcul. » Avant que M. *Dandelin* eût rédigé la note précédente, j'avais cherché à remplir la lacune signalée dans la théorie des projections stéréographiques. Comme la démonstration à laquelle je suis parvenu, diffère de celle de mon savant collègue, je crois pouvoir la reproduire ici.

Si l'on conçoit les deux cônes droits P et P' (fig. 3.) tangens à la sphère, constamment coupés par un plan passant par la droite qui joint leurs sommets, les lignes d'intersection seront des génératrices tangentes à la sphère, et auront pour pôles leurs points de contact A, B, A', B'. Ces points de contact, pour chaque position du plan sécant, seront les sommets d'un quadrilatère inscrit AB A'B'; et les génératrices formeront un quadrilatère circonscrit P*m* P'*n*, dont deux sommets opposés seront les deux sommets P et P' des deux cônes tangens à la sphère. Les côtés AA', BB' du quadrilatère inscrit auront pour polaires réciproques, les deux droites *mm* et *nn* perpendiculaires au plan sécant et passant par les deux sommets *m* et *n* du quadrilatère circonscrit. Ainsi la suite des droites AA', BB', etc., qui répondent aux différentes positions du plan sécant, forment une surface qui a, pour surface polaire réciproque, la surface formée par les tangentes *mm*, *nn*, etc., à la ligne d'intersection des deux cônes. Mais toutes ces tangentes consécutives *mm*, *nn*, etc., se coupent deux à deux sur la ligne d'intersection des deux cônes P et P'; il faut donc que leurs polaires réciproques AA', BB', etc., se coupent aussi d'une manière consécutive. Celles-ci ne peuvent d'ailleurs se couper que sur la droite fixe PP', en partant de ce principe que deux côtés d'un quadrilatère inscrit, se coupent toujours en un même point avec une diago-

nale du quadrilatère circonscrit correspondant. Puisque ces droites AA′, BB′, etc., se coupent d'une manière consécutive et que, d'une autre part, elles sont assujetties à se couper sur la même droite, elles ne peuvent se couper qu'en un point unique. Ainsi 1° elles forment un cône; 2° la surface formée par les tangentes successives à la ligne d'intersection des deux cônes P et P′, est plane puisque sa polaire réciproque est une surface conique, et son pôle est le sommet de ce cône.

La solution est évidemment double, et l'on peut construire deux cônes, qui passent par les circonférences données : le sommet du second cône est aussi sur la droite PP′, au point S′, où viennent se couper toutes les diagonales des polygones inscrits et circonscrits. Ces deux cônes se coupent de plus selon deux lignes dont les plans passent par leurs sommets et par la droite d'intersection des deux cercles donnés par l'énoncé.

Il serait facile de démontrer que les propriétés qui viennent d'être énoncées, conviennent en général à toutes les surfaces du second degré. A. Q.

Sur les propriétés des sections coniques considérées deux à deux.

J'avais déjà fait connaître, dans l'analyse du Mémoire de M. *Dandelin*, sur les projections stéréographiques (1), quelques-unes des propriétés que je vais énoncer; mais ayant remarqué depuis qu'elles étaient susceptibles de recevoir, dans leur énoncé, plus d'extension et de généralité; j'en ai fait l'objet d'une nouvelle note.

Si deux sections coniques se coupent en quatre points et si l'on construit :

1° *Le quadrilatère qui a, pour sommets, les points communs des deux courbes ;*

(1) Page 261 du Ier vol. de la *Correspondance Mathématique*.

2° *Les deux quadrilatères formés par les tangentes menées aux deux courbes par les deux points d'intersection des côtés opposés du parallélogramme précédent ;*

3° *Les deux quadrilatères circonscrits qui touchent les deux courbes en leurs points d'intersection ;*

4° *Le quadrilatère formé par les tangentes communes aux deux courbes ;*

5° *Les deux quadrilatères inscrits aux deux courbes, et qui ont, pour sommets, les points de contact des tangentes qui forment le quadrilatère précédent ;*

On aura les propriétés suivantes :

1° *Les diagonales des huit parallélogrammes se coupent en un seul et même point ;*

2° *Les trente-deux côtés des huit parallélogrammes forment huit faisceaux de droites concourantes, et les huit points de concours sont sur une seule et même ligne droite.*

3° *Les sommets des deux quadrilatères circonscrits, qui touchent les deux courbes en leurs points communs, et ceux du quadrilatère formé par les tangentes communes aux deux mêmes courbes sont distribués, six par six, sur deux droites qui sont les diagonales communes.*

On remarquera d'abord, d'après les principes de la perspective, que ces propriétés doivent effectivement exister, si elles ont lieu pour un cercle et une section conique. Or, si dans ce dernier cas, on suppose une sphère dont le cercle donné soit une section ; puis, si l'on place l'œil pour projeter stéréographiquement le système, sur la droite qui joint le pôle du cercle au point d'intersection des diagonales du quadrilatère inscrit : on verra, sur le tableau, le centre du cercle confondu avec le centre de la section conique : la figure étant régularisée par la projection, on se rendra facilement compte des différentes parties de l'énoncé précédent.

La plupart des propriétés énoncées plus haut, se reproduisent d'une manière assez curieuse quand les deux sections coniques sont extérieures l'une à l'autre, ou, ce qui revient au même, quand le cercle n'a pas de point commun avec la section coni-

que. Pour étudier, dans ce cas, les propriétés de la figure, il faut encore la régulariser. On mènera, à cet effet, les quatre tangentes communes aux deux courbes, et l'on projettera stéréographiquement le système, de manière que les quatre tangentes au cercle forment ensuite un lozange. La section conique se projettera suivant une autre section conique qui sera touchée symétriquement par les quatre tangentes; les centres des deux courbes seront d'ailleurs confondus.

On pourra modifier encore le système de projection dans le cas où les deux courbes données ne se coupent qu'en deux points, ou pour celui où elles sont simplement tangentes.

A. Q.

Lettre adressée par M. Gerono, professeur des pages du roi de France, au rédacteur.

Voici quelques nouvelles notes qui font suite à l'une de celles que j'ai eu l'honneur de vous adresser. Il s'agit de deux problèmes dont M. Lhuillier a donné la solution pour des cas particuliers seulement:

1° Déterminer un point tel, qu'abaissant de ce point des perpendiculaires FA, FB, etc., sur les côtés d'un polygone plan MNPQRS; la somme des carrés de ces perpendiculaires soit un *minimum*. (1) (fig. 4).

Observons de suite que la question se réduit à déterminer un point qui soit le centre des moyennes distances des extrémités A, B, C, etc., des perpendiculaires abaissées de ce point sur les côtés MN, NP, etc., du polygone; cela résulte simplement des propriétés du centre des moyennes distances.

Soient a, b, c, etc., les angles formés par les directions des perpendiculaires FA, FB, FC, etc., avec celle de l'axe OX;

(1) La solution de ce problème, pour le cas où le polygone est un triangle, se trouve dans l'Analyse algébrique de M. *Lhuillier*, page 296.

et a', b', c', etc., les angles formés par les mêmes directions FA, FB...., et celle de l'axe OX' : pour que F soit le centre des moyennes distances de A, B, C, etc., il faut et il suffit qu'on ait :

$$\text{FA}.\, cosa + \text{FB}.\, cosb + \ldots\ldots = o\,, \ldots\ldots (1)\,,$$

et

$$\text{FA}.\, cosa' + \text{FB}.\, cosb' + \ldots\ldots = o\,, \ldots\ldots (2).$$

Or, les perpendiculaires FA, FB, etc., étant des fonctions linéaires des coordonnées du point F, les équations (1) et (2), appartiennent à des lignes droites dont la rencontre déterminera le point cherché. La construction des droites (1), (2) n'offre aucune difficulté. En effet, soient A', B', C', etc., les points auxquels l'axe OX rencontre les côtés du polygone sur lesquels on a abaissé les perpendiculaires FA, FB, etc., et soit déterminé le centre F' des moyennes distances de A', B', C', etc., pour les coéfficiens $(cos.a)^2$, $(cos.b)^2$, $(cos.c)^2$, etc., [*].

On aura :

$$\text{F}'\text{A}'.\,(cos.\,a)^2 + \text{F}'\text{B}'(cos.\,b)^2 + \text{F}'\text{C}'.\,(cos.\,c)^2 + \ldots\ldots = o\,, \ldots\ldots (3).$$ [**].

Mais F'A'. *cosa*, F'B'. *cosb*, etc. n'étant autre chose que les perpendiculaires abaissées de F' sur les côtés du polygone, l'équation (3) montre que la somme de ces perpendiculaires multipliées respectivement par *cosa*, *cosb*, *cosc*, etc., est nulle, par conséquent F' est un point de la droite (1). Si l'on mène une droite parallèle à l'axe OX, dont les rencontres avec les côtés du polygone soient désignées par A'', B'', C'', etc. et qu'on prenne encore le centre des moyennes distances de A'', B'', C'', etc. pour les coéfficiens $(cosa)^2$, $(cosb)^2$, etc.; il en résultera un second point de la droite (1), qui servira à déterminer complétement cette ligne.

---

[*] Analyse Géom. de *Lhuillier*, page 20 et suiv.

[**] Analyse Géom., page 10 et suiv.

Une construction semblable donnera la droite (a), et par suite le point cherché F.

2° Construire le lieu géométrique des points tels, qu'abaissant de ces points des perpendiculaires sur les côtés d'un polygone plan MNPQRS, la somme des carrés des perpendiculaires soit toujours égale à un carré donné S^2. (1).

Soient F (fig. 5) le point correspondant au minimum de la somme des carrés des perpendiculaires FA, FB, etc.; m^2 la valeur de ce minimum; n le nombre des côtés du polygone; F′ un des points demandés; et F′A′, F′c', etc. des perpendiculaires menées de F′ sur FA, FB, FC, etc. : le point F étant le centre des moyennes distances de A, B, C, etc. On aura d'abord. $\overline{F'A}^2+\overline{F'B}^2+\text{etc.}=n.\overline{F'F}^2+\overline{FA}^2+\overline{FB}^2+\text{etc.}=n.\overline{F'F}^2+m^2$.

Mais, parce que $\overline{F'F}^2=\overline{F'A'}^2+\overline{FA'}^2=\overline{F'B'}^2+\overline{FB'}^2=\text{etc.}$, on a : $n.\overline{F'F}^2=\overline{F'A'}^2+\overline{F'B'}^2+\text{etc.}+\overline{FA'}^2+\overline{FB'}^2+\text{etc.}$, donc $\overline{F'A}^2+\overline{F'B}^2+\overline{F'C}^2+\text{etc.}=\overline{F'A'}^2+\overline{F'B'}^2+\overline{F'C'}^2+\text{etc.}+\overline{FA'}^2+\overline{FB'}^2+\overline{FC'}^2+\text{etc.}+m^2$, ou $\overline{F'A}^2-\overline{F'A'}^2+\overline{F'B}^2-\overline{F'B'}^2+\text{etc.}=\overline{FA'}^2+\overline{FB'}^2+\text{etc.}+m^2$.

Or, $\overline{F'A}^2-\overline{F'A'}^2$, $\overline{F'B}^2-\overline{F'B'}^2$,..... sont évidemment les carrés des perpendiculaires abaissées de F′ sur les côtés MN, NP,...., et $\overline{FA'}^2$, $\overline{FB'}^2$, $\overline{FC'}^2$,......, sont les carrés des perpendiculaires abaissées de F′ sur des droites conduites par F parallèlement aux côtés MN, NP, PQ....., en désignant par S'^2 la somme de ces derniers carrés, l'équation précédente deviendra $S^2=S'^2+m^2$.

Cela posé, déterminons deux droites FX, FY (fig. 6) telles que les perpendiculaires F′G, F′H abaissées d'un point quel-

(1) M. *Lhuillier* a résolu cette question, en supposant le polygone régulier. (Analyse Géom. page 135).

conque sur ces deux lignes, donnent toujours : $\overline{F'G}^2+\overline{F'H}^2=S'^2\times\frac{2}{n}$ (1); il en résultera $\overline{F'G}^2+\overline{F'H}^2=(S^2-M^2)\frac{2}{n}$, et les quantités, S^2, M^2, n étant connues, la question proposée se réduit à construire une ligne telle, que menant de ses points des perpendiculaires sur les deux droites FX, FY, la somme des carrés de ces perpendiculaires soit toujours égale à un carré donné d^2.

Les perpendiculaires F'G, F'H étant des fonctions linéaires des coordonnées de F', il est évident que la ligne cherchée est une courbe du second degré, de plus le point F est le centre de cette courbe, car en prolongeant F'F d'une longueur FL=F'F, le point L appartiendra à la courbe, puisqu'en abaissant les perpendiculaires LE, Li, sur les droites FX, FY, on aura $\overline{LE}^2+\overline{Li}^2=\overline{F'G}^2+\overline{F'H}^2=d^2$.

Supposons maintenant que l'angle donné XFY soit aigu, (fig. 7). Si l'on détermine, sur la droite FA qui divise cet angle en deux parties égales, un point M qui satisfasse à la question proposée, ce qui est facile, la ligne FM sera la plus grande de toutes les lignes menées du centre F aux différens points de la courbe demandée. Pour le démontrer, je décris une circonférence de F comme centre, avec FM pour rayon : tout se réduit à faire voir que les perpendiculaires Di, DC, abaissées sur FX, FY, d'un autre point de la circonférence, donnent : $\overline{Di}^2+\overline{DC}^2>\overline{ME}^2+\overline{MQ}^2$ ou $\overline{DP}^2+\overline{DH}^2>\overline{ML}^2+\overline{MG}^2$; soient donc O et N les milieux des cordes égales PH, LG, nous aurons d'abord : $\overline{DP}^2+\overline{DH}^2=2.\overline{DO}^2+2.\overline{OH}^2=2\overline{DO}^2+2\overline{NG}^2$,

---

(1) La construction qui donne ces deux droites a été indiquée dans l'une de mes premières notes.

car $OH = NG$, de plus $\overline{ML}^2 + \overline{MG}^2 = 2\overline{MN}^2 + 2\overline{NG}^2$, et $DO > DF - FO > MF - FN > MN$, il en résulte $\overline{DP}^2 + \overline{DH}^2 > \overline{ML}^2 + \overline{MG}^2$.

Tout autre point pris sur la circonférence donnerait lieu à une inégalité semblable, excepté néanmoins le point M' car $\overline{M'Q'}^2 + \overline{M'E'}^2 = \overline{ME}^2 + \overline{MQ}^2$. Il faut encore observer que les extrémités du diamètre BFB' qui divise en deux parties égales l'angle X'FY, sont les points de la circonférence pour lesquels la somme des carrés des perpendiculaires menées sur FX, FY, est un maximum. En effet, on a : $DO < DF + FO < FB + FR < BR$, d'où $\overline{DP}^2 + \overline{DH}^2 < \overline{BS}^2 + \overline{Bt}^2$. par conséquent, si l'on détermine sur le diamètre BB', deux points V, V' qui aient la propriété demandée, la distance V'V de ces deux points sera la plus petite corde de la courbe en question, car la somme des carrés des perpendiculaires abaissées sur FX, FY d'un point z pris sur la circonférence décrite avec FV pour rayon, sera toujours moindre que d^2.

Il résulte évidemment de tout ce qui précède que la ligne cherchée est du second dégré, limitée dans tous les sens, la plus grande corde de cette courbe est MM', et la plus petite VV' : c'est dire que cette ligne est une ellipse dont le grand axe est MM', et le petit axe VV'. Lorsque l'angle XFY est droit, les deux axes deviennent égaux et l'ellipse se réduit à une circonférence (1).

Paris, le 10 janvier 1827.

(1) M. *Gerono* nous a fait parvenir depuis un nouveau mémoire *sur les propriétés mécaniques du centre de gravité*, qui trouvera place dans un prochain numéro. — A. Q.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

ASTRONOMIE.

Extrait d'une lettre de M. GAMBART, directeur de l'Observatoire de Marseille, au rédacteur.

J'ai repris, dans le mois dernier, les calculs de la comète du Bouvier, et sans avoir encore absolument achevé, je suis cependant parvenu à un résultat, pour le passage sur le disque du soleil, qui n'éprouvera plus que de fort légers changemens.

Orbite parabolique fondée sur les observations qui ont précédé le passage au Périhélie.

Passage au Périhélie. 1826, 322^j,93008 t. m. compté de minuit à Marseille.

Dist. périh. . . = 0,02708868
Long. périh. . . = 315.41.40 } éq. moy. 28 nov. 1826.
Long. nœud asc. = 235.13.34 }
Inclinaison . . . = 89.26.30
Rét.

		ERREUR EN LONG.	ERREUR EN LAT.	
Oct.	26	— 12″	— 1″	à Altona.
	29	— 34	— 23	à Mars.
	31	— 24	+ 1	à Mars.

		ERREUR EN LONG.	ERREUR EN LAT.	
Nov.	6	+ 22	— 42	à Padoue.
	7	— 18	— 16	à Mars.
	8	+ 13	— 8	à Mars.
	9			
	10	+ 34	+ 4	à Mars.
	11	+ 54	+ 23	à Padoue.
	12	+ 57	+ 6	à Padoue.

Sortie de la comète de dessus le disque du soleil 9.^{h} 8.^{m} t. v. à Marseille.

Orbite à la détermination de laquelle on a fait concourir l'observation faite le 11 déc.

Passage au Périh. 1826, 322^j, 92319, t. m. compté de minuit à Marseille.

Dist. Périh.	=	0,0268894
Long. Périh.	=	315.29.39
Long. nœud.	=	235. 6.11
Inclinaison .	=	89.22. 9.

Rét.

		ERREUR EN LONG.	ERREUR EN LAT.
Oct.	26	— 3″	+ 2″
Nov.	7	+ 35	+ 23
	10	— 19	— 2
	12	+ 3	+ 8
Déc.	11	— 2	+ 30

Sortie de dessus le disque 9.^{h} 6.^{m} t. v. Mars.

Il est donc bien certain maintenant que la comète n'est pas sortie de dessus le disque avant 9.^{h} Elle s'y trouvait par conséquent encore à 8.^{h} 35.^{m} (*Lettre du 22 nov. à* M. Fourier);

J'ai continué mes recherches jusqu'à 8.^{h} 56.^{m} Nous sommes donc assurés que cette comète n'a point été visible.

L'observation de M. *Flaugergues* est la seule qui soit encore parvenue à ma connaissance et j'en ai parlé, il y a déjà longtems, à la société Astronomique de Londres. Le soleil s'est montré à Viviers à 8.^{h} 45.^{m} t. v. compté du méridien de Marseille. M. *Flaugergues* qui l'a immédiatement examiné, n'y a aperçu que les taches de la veille.

Marseille, le 19 février 1827.

Sur les étoiles à changement périodique; par J. H. Westphal.

Les étoiles changeantes, connues jusqu'à présent, sont au nombre de 13. La table suivante donne, pour chacune, le lieu, la période totale du changement, les lumières extrêmes, enfin le nom du premier observateur. Les positions sont pour 1820.

Constellation où se trouve l'étoile.	Ascension droite.	Déclinaison.	Période de la lumière.	Maximum de la lumière.	Minimum de la lumière.	Premiers observateurs.
			jours.	grand.	grand.	
Baleine. . .	32°,34′	3°,48′A	334,96	2 à 4	insens.	Fabricius.
Persée . . .	44,07	40,15B	2,37	2	3 à 4	Goodricke.
Lion	144,28	12,15 »	311,4	5 à 6	invis.	Koch.
Vierge . . .	187,20	7,59 »	146	5 à 7	invis.	Harding.
Hydre . . .	199,58	22,21A	494	3 à 4	invis.	Montanary.
Cour. bor. .	235,17	28,43B	335	6 à 7	invis.	Pigott.
Hercule . .	256,36	14,36 »	60,5	3	3 à 4	Herschel.
Ecu de sob.	279,23	5,53A	60,6	5 à 6	6 à 7	Pigott.
Lyre	280,52	33,10B	6,44	3	5	Goodricke.
Antinoüs . .	295,49	0,33 »	7,18	4	5	Pigott.
Cygne . . .	295,54	32,27 »	47,5	4 à 6	invis.	Kirch.
Céphée. . .	335,37	57,30 »	5,36	3 à 4	4 à 5	Goodricke.
Verseau . .	353,37	46,17A	382,5	6 à 7	invis.	Harding.

Les recherches faites jusqu'ici sur les étoiles changeantes,

montrent 1° que la période du changement de lumière est remarquable, sans toutefois paraître soumise à des inégalités régulières; 2° l'accroissement de la lumière arrive dans presque toutes plus vite que la diminution. Ainsi, pour la changeante de la baleine, la durée de l'accroissement est de 40 jours, et la durée de la diminution de 66 jours; pour celle de Persée, ces durées sont égales à 4 heures; du Lion, 30 et 48 jours; de la Vierge, 39 et 42 jours; de l'Hydre, 43 et 83; d'Hercule, 22 et 39 jours; de l'Écu de Sobiesky, 19 et 42 jours; de la Lyre, 3 et 3, 4 jours; d'Antinoüs, 2, 7 et 4, 5 jours; du Cygne, 39 et 40 jours; de Céphée, 1, 5 et 3, 9 jours. (*Bulletin des Sciences*).

PHYSIQUE.

Extrait d'une lettre de M. HACHETTE, de la faculté des sciences de Paris, ancien professeur à l'École Polytechnique, etc., au rédacteur, *concernant une nouvelle expérience sur la combinaison du choc de l'air ou de l'eau avec la pression atmosphérique.*

J'ai commencé plusieurs fois une lettre dans laquelle je vous rendais compte d'une nouvelle expérience sur la combinaison du choc de l'air ou de l'eau avec la pression atmosphérique; plusieurs fois je l'ai abandonnée, j'ai senti la nécessité d'écrire un article trop long pour une lettre, que je vais faire imprimer et dont je vous enverrai la première épreuve; en voici un fragment :

En octobre 1826, MM. Thénard et Clément ont visité les forges de Fourchambault (département de la Nièvre); l'expérience suivante fut faite sous leurs yeux. Un ouvrier présenta une planche de sapin contre le vent d'un soufflet, mis en mouvement par une machine à vapeur. Lorsque la planche était à une certaine distance de l'orifice de la tuyère, elle était fortement repoussée; mais en la rapprochant du plan de cet ori-

fice, elle était portée vers ce plan, comme si la répulsion s'était changée en attraction. Cet effet n'a lieu qu'autant que le bout de la tuyère est engagé dans un revêtement, et aboutit à fleur de la face plane de ce revêtement.

M. Clément, professeur au conservatoire des arts et métiers, a reconnu de suite que l'air atmosphérique agissait sur la planche, comme sur les parois extérieures d'un ajutage conique, par lequel on fait couler de l'eau. Ce savant, revenu à Paris, a fait voir sur une chaudière qu'il avait à sa disposition, que la vapeur d'eau, à la pression de deux à trois atmosphères, produit un effet semblable à celui du vent d'un soufflet de grosse forge. Il adapta à la chaudière un tuyau cylindrique vertical, terminé par une plaque circulaire du diamètre d'environ un décimètre, au centre de laquelle était un orifice circulaire d'un plus petit diamètre.

Lorsque la vapeur sort par cet orifice, on approche de la plaque, un disque circulaire de même diamètre, et on remarque que dès que le disque est porté vers la plaque, il y adhère, comme s'il était attiré par une force qui agirait en sens contraire de la pesanteur. Des points saillans sur les faces du disque, ou de la plaque en regard, déterminent la distance de ces faces. M. Clément a exposé les faits que nous venons de rapporter, dans un mémoire qu'il a lu à l'Académie royale des sciences, le 6 décembre 1826; ce mémoire étant renvoyé à l'examen des commissaires, il est encore inédit.

Le 11 avril 1827, j'ai répété l'expérience principale de M. Clément, à la séance de la société d'encouragement, en faisant usage d'un soufflet d'appartement à double vent, dont la tuyère aboutissait à une plaque de cuivre. J'ai annoncé le même jour que l'adhérence d'un disque opposé à la plaque, ne dépendait pas essentiellement de l'expansibilité de l'air du soufflet, et que j'avais obtenu des effets semblables à ceux qui avaient été observés par M. Clément, en faisant couler de l'eau entre des disques très-rapprochés, dont j'avais varié les courbures.

A la séance de la société philomatique du 13 avril 1827, j'ai présenté un tube coudé, au moyen duquel on produit par le souffle de la bouche, les mêmes phénomènes que par la machine soufflante de Fourchambault, ou par la chaudière de M. Clément.

L'étude de ces phénomènes conduit à cette question :

« Déterminer la pression en chaque point des surfaces » extérieure et intérieure d'un vase qui est rempli d'un li» quide ou d'un gaz, en supposant que le vase se vuide dans » l'atmosphère ou par un orifice en mince parois, ou par un » ajutage, ou par une zone comprise entre deux surfaces très» rapprochées. »

C'est pour arriver à la solution de cette question que j'ai simplifié les appareils précédemment employés, et que j'ai fait plusieurs expériences, dont j'ai rendu compte à la société philomatique que j'ai l'honneur de présider en ce moment, dans sa séance du 28 avril. Le mémoire que j'ai lu, porte pour titre: *De l'écoulement des fluides aëriformes dans l'air atmosphérique et de l'action combinée du choc de l'air et de la pression atmosphérique.*

Le fait principal, observé par MM. Thénard et Clément, résulte de l'action combinée du choc de l'air contre une plaque, et de la pression atmosphérique sur la même plaque; toutes les circonstances de cette action se manifestent, au moyen de l'instrument très-simple que je vais décrire, et qui est représenté en grandeur naturelle (fig. 1).

ABCD (fig. 8) est un tube recourbé en fer-blanc ou en verre, terminé par une plaque circulaire CD de fer-blanc. Au centre de la plaque, est un orifice E de trois à quatre millimètres de diamètre. De petites lames F, F' de fer-blanc sont soudées sur les bords de la plaque, et ont pour objet de retenir vis-à-vis cette plaque, un disque de même diamètre que la plaque, et de telle matière qu'on voudra.

L'instrument peut encore se réduire à une seule plaque CD (fig. 9) de fer-blanc; au centre de laquelle est un petit orifice, couvert par un tube droit AB, soudé sur la plaque.

La plaque CD (fig. 8 et 9) étant à peu près horizontale, on pose contre cette plaque, un disque C'D', de telle matière qu'on veut, flexible ou inflexible; on souffle en A avec toute la force dont on est capable, et quelque léger que soit le disque, il s'écarte très-peu de la plaque fig. 8; et ce disque C'D', (fig. 9) s'il n'est pas trop pesant, adhère à la plaque CD.

Lorsque le disque C'D' (fig. 8 et 9) est flexible et un peu élastique, en papier sec ou humecté, on produit un son de membrane, et *les plis du papier montrent l'action combinée du choc de l'air soufflé et de la pression atmosphérique.*

J'ai aussi disposé un appareil pour observer les mouvemens d'un liquide entre deux surfaces très-rapprochées.

Paris, le 11 mai 1827.

Extrait d'une lettre de M. Plateau, professeur à Liége, au rédacteur, *sur la durée des sensations que les couleurs produisent dans l'œil.* (1)

. . . . . . Après plusieurs expériences qui ne faisaient que jeter de plus en plus de vague sur la chose, j'ai fait les réflexions suivantes : cette impression qui dure encore quelque temps après la disparition de l'objet, ne s'évanouit pas elle-même instantanément; il est plus que probable qu'elle décroît graduellement jusqu'à devenir nulle : dès-lors il nous est impossible d'assigner sa durée précise; tout ce que nous pouvons faire, c'est d'assigner à peu près l'intervalle de temps pendant lequel elle conserve une intensité appréciable. Pour atteindre ce but, la meilleure marche à suivre est sans doute celle que vous m'avez indiquée en premier lieu, qui consiste à faire tourner une

(1) Quoique M. *Plateau* se propose de revenir sur ces premières expériences, on ne lira pas sans intérêt cet extrait; il pourra d'ailleurs donner l'idée de plusieurs recherches aussi curieuses qu'instructives, qui se rattachent à d'autres à peu près semblables, faites successivement par *Buffon*, *Rumford*, *Scherffer*, *Prieur* de la Côte-d'Or, *Darwin*, *Smith*, etc. A. Q.

tache colorée avec une vitesse telle que l'œil perçoive la sensation d'un cercle ; mais il n'est aucunement nécessaire que la teinte de ce cercle soit uniforme et tranquille, comme je me suis obstiné jusqu'à présent à vouloir l'obtenir dans toutes mes expériences. En effet, lorsque la tache repassera devant l'œil, elle retrouvera la sensation précédente considérablement diminuée : l'œil percevra donc la différence, et verra en chaque point du cercle des tremblotemens continuels; l'œil ne verra une teinte tranquille, que lorsque la tache en repassant retrouvera l'impression précédente non sensiblement diminuée, et voilà pourquoi, dans le cas d'une ou même de deux taches, je ne pouvais jamais communiquer à mon instrument la vitesse nécessaire. Maintenant j'ai reconnu mon erreur et j'ai recommencé mes expériences sous ce nouveau point de vue : du reste je crois que c'était aussi là votre manière de raisonner, et que l'erreur doit être attribuée à moi seul. J'ai donc pris quatre cercles portant chacun une tache colorée : c'était le blanc, le rouge, le jaune et le bleu; j'ai employé aussi un charbon en ignition et une flamme; mes expériences sont en petit nombre jusqu'à présent, mais voici les résultats :

Flamme.	Charbon.	Blanc.	Bleu.	Jaune.	Rouge.
120	116	89	91	85	89
120	110	86	91	84	89
116	120	89	88	82	89
111	118				
	116				
	113				
	113				
	100				
	96				

Le nombre de tours était 200, et le rapport des battemens de ma montre aux secondes comme 29 est à 12.

Les nombres diffèrent peu pour les différentes couleurs; mais il est singulier qu'ils semblent vouloir indiquer une durée

plus grande pour le bleu, qui paraît devoir laisser une impression moins forte. Au reste, ces expériences sont trop peu nombreuses pour pouvoir rien en conclure : si l'on calcule, d'après ces résultats, la durée approximative d'une sensation, on trouvera :

Flamme.	Charbon.	Blanc.	Bleu.	Jaune.	Rouge.
0",242	0",229	0",182	0",186	0",173	0",184.

Au reste, il est extrêmement difficile de saisir l'instant où l'on voit un cercle, à cause des tremblotemens qui fatiguent l'œil : d'ailleurs, je répéterai un grand nombre de fois ces expériences, et j'espère qu'à mon retour à Bruxelles j'aurai des choses plus satisfaisantes à vous dire. Il est aussi d'autres questions qui se rattachent au même sujet et que je me propose d'examiner : par exemple, qu'arriverait-il si chacun des deux yeux apercevait un même point coloré différemment? Il est facile d'obtenir cette condition en peignant sur un même papier deux taches de couleur diverse, et en plaçant entre ce papier et les yeux une surface noire percée d'un petit trou et disposée de telle manière que les rayons qui viennent de l'une des taches n'arrivent qu'à l'œil droit, tandis que ceux qui viennent de l'autre, n'arrivent qu'à l'œil gauche; le cerveau percevra-t-il deux sensations différentes ou percevra-t-il une sensation composée? Qu'arriverait-il encore si l'on portait des lunettes dont les deux verres eussent des couleurs différentes? Peut-être ces expériences ont-elles déjà été faites. On pourrait encore (ceci m'a été proposé par M. *Van Rees*), déterminer pour quel angle visuel et à quelle distance les différentes couleurs cessent d'être visibles : on obtiendrait cela en faisant une tache colorée et ronde sur une surface noire dont on s'éloignerait jusqu'à cesser de voir la tache : on mesurerait la distance, et le diamètre de la tache servirait à déterminer l'angle visuel. Je me suis proposé aussi de déterminer combien durent sur mon œil les différentes teintes complémentaires que je perçois, lorsque j'ai regardé pendant un temps déterminé les différentes couleurs.

Observation d'un cas particulier de la polarisation mobile de la lumière.

Cet hiver, à la suite d'une nuit assez froide, j'eus occasion de remarquer un phénomène qui n'est pas indigne, je crois, de l'attention des physiciens. En observant par réflexion, et à la surface de l'eau contenue dans un bassin, les vapeurs qui s'étaient condensées et glacées contre les carreaux de la chambre où je me trouvais, je fus tout étonné de les voir colorées de diverses manières. Les différentes teintes étaient nuancées de bleu, de pourpre, d'un jaune sale, etc.; en les observant plus attentivement, je ne tardai pas à m'apercevoir qu'elles étaient plus ou moins vives selon les incidences des rayons réfléchis.

Toutes les circonstances du phénomène me prouvèrent suffisamment que la lumière réfléchie à la surface de l'eau jouissait des propriétés de la polarisation mobile ou colorée. Il me restait donc à chercher comment la lumière avait pu acquérir ces propriétés. Mais on sait que quand l'air est serein, une lame mince de chaux sulfatée, dirigée vers certains points du ciel, peut offrir une coloration, sensible à la vue simple, parce que la lumière réfléchie par l'atmosphère, est en partie polarisée. (1) La petite couche de glace attachée aux carreaux de vitres, fesait donc ici les fonctions d'une lame mince de mica ou de chaux sulfatée; et effectivement les phénomènes de la coloration se reproduisaient de la même manière, quand on substituait l'une à l'autre et disparaissaient sans elles.

Le soleil, pendant l'observation, était éloigné d'environ 90 degrés des points du ciel, d'où partaient les rayons qui arrivaient à mon œil. Or, cette circonstance est la plus favorable à la polarisation : car, comme je l'ai observé ailleurs (2), *si l'on*

---

(1) Biot. Grand Traité de Physique, tome 4, page 338.

(2) *Correspondance Math.*, page 275, vol. 1, et page 338 du même vol. La lettre de M. *Delezenne*, prof. à Lille.

se regarde comme placé au centre d'une sphère dont le soleil occupe un des pôles, la polarisation est à son maximum vers les différens points de l'équateur et va en diminuant comme les carrés des sinus jusqu'aux pôles où elle est nulle. Pendant le jour, la polarisation n'est pas complète, comme à l'instant où le soleil se trouve un peu plus bas que le plan de l'horizon. L'observation de la polarisation de la lumière par l'air serein avait déjà été faite, mais j'ignore si l'on avait cherché à en déterminer la loi. Quoiqu'il en soit, dans le phénomène mentionné plus haut, la lumière, polarisée en se trouvant réfléchie par les couches d'air situées à 90° du soleil, prenait ensuite les caractères de la polarisation mobile ou colorée, en traversant la petite lame de glace fixée aux carreaux, comme je pouvais m'en assurer par la seconde réflexion qu'elle subissait à la surface de l'eau. A. Q.

MÉTÉOROLOGIE.

Remarques sur les tableaux des observations météorologiques faites à Maestricht depuis 1818 *jusqu'à* 1826.

Une série d'observations météorologiques faites avec conscience et avec de bons instrumens est précieuse pour la science ; aussi nous nous faisons un véritable plaisir de pouvoir consigner ici les résultats que nous devons à l'extrême obligeance de M. le professeur *Crahay* de Maestricht.

Le baromètre dont on s'est servi, est à niveau constant ; ce niveau se trouve à 10ᵐ, 4770 au-dessus du zéro au pont de la Meuse, et celui-ci, d'après un nivellement, fait par les ingénieurs du waterstaat en 1820, est placé à 42ᵐ, 0358, au-dessus du zéro du *peil-schaal* à Amsterdam ; de sorte que le niveau du baromètre est 52ᵐ, 5128 au-dessus du zéro du *peil-schaal.* Ce serait aussi sa hauteur au-dessus des moyennes eaux de la mer du Nord, si, comme quelques personnes le prétendent, le zéro du *peil-schaal* coïncide avec les moyennes

eaux. Toutes les hauteurs barométriques corrigées de l'effet de la capillarité, sont réduites à la température de la glace fondante, et exprimées en lignes des Pays-Bas ou millimètres.

Les observations de la température ont été faites au moyen d'un thermomètre à mercure, à l'échelle centigrade. L'instrument est exposé en plein aux vents du nord et d'est. Il est d'ailleurs placé à l'ombre et suffisamment isolé des murs pour ne pas participer à leur température. Les minima de température s'observent à l'aide du thermomètre à esprit de vin, construit sur les principes de celui décrit dans les *Annales de Physique et de Chimie*, tom. 5. Sa marche a été comparée soigneusement avec celle d'un thermomètre à mercure; son échelle est également centigrade.

Hauteurs moyennes des thermomètre et baromètre aux quatre époques du jour, mois par mois, résultant des observations faites à Maestricht, pendant les neuf années 1818 — 1826.

MOIS.	BAROMÈTRE.				THERMOMÈTRE à 9 heur. du matin.
	9 heur. du matin.	midi.	3 heur. du soir.	9 heur. du soir.	
	l	l	l	l	°
Janvier. . .	760,08	759,87	759,61	759,90	0,70
Février. . .	59,49	59,30	58,81	59,40	3,00
Mars	57,21	57,10	56,73	57,45	5,85
Avril. . . .	56,98	56,64	56,32	56,79	10,73
Mai	57,72	57,42	56,97	57,44	15,02
Juin	59,12	58,87	58,36	58,87	18,56
Juillet . . .	58,29	58,18	57,88	58,21	20,23
Août. . . .	58,29	57,86	57,70	58,30	19,56
Septembre .	58,05	57,73	57,43	57,95	16,24
Octobre . .	56,14	55,87	55,35	56,00	10,82
Novembre .	56,41	56,27	56,21	56,44	6,53
Décembre .	56,99	56,98	56,48	57,12	3,32

ANNÉES.	TEMPÉRATURE MOYENNE PAR ANNÉE.				TEMPÉRATURES EXTRÊMES.		Différences.
	9 heures du matin.	MIDI.	3 heures du soir.	9 heures du soir.	Maximum.	Minimum.	
1818	+ 10°,84	+ 13°,80	+ 14°,64	+ 10°,93	+ 34°, 8	— 10°,0	44°, 8
1819	11, 41	14, 04	14, 56	10, 85	+ 33, 6	— 11, 6	45, 2
1820	9, 84	12, 29	12, 91	9, 00	+ 34, 0	— 19, 3	53, 3
1821	10, 99	13, 47	13, 83	10, 23	+ 30, 8	— 12, 0	42, 8
1822	11, 85	14, 52	15, 19	11, 02	+ 34, 0	— 10, 3	44, 3
1823	9, 77	12, 45	13, 03	9, 27	+ 32, 1	— 22, 9	55, 0
1824	10, 92	13, 34	14, 01	10, 13	+ 34, 6	— 5, 3	39, 9
1825	11, 13	13, 75	14, 25	10, 68	+ 35, 7	— 5, 6	41, 3
1826	11, 16	13, 66	14, 25	10, 50	+ 38, 8	— 17, 9	56, 7
Moyenne . . .	+ 10°,88	+ 13°,48	+ 14°,07	+ 10°,29	+ 34°,27	—12°,77	47°,03

ANNÉES.	HAUTEURS MOYENNES ANNUELLES DU BAROMÈTRE.				HAUTEURS EXTRÊMES.		Différences.
	9 heures du matin.	MIDI.	3 heures du soir.	9 heures du soir.	Maximum.	Minimum.	
1818	758l, 17	757l, 53	757l, 52	757l, 94	775l, 26	732l, 36	42l, 90
1819	757, 04	756, 68	756, 24	756, 96	773, 80	737, 98	35, 82
1820	758, 23	758, 00	757, 76	757, 82	776, 69	722, 36	54, 33
1821	757, 41	757, 33	756, 88	757, 54	783, 18	714, 63	68, 55
1822	759, 36	759, 09	758, 67	759, 54	779, 60	739, 22	40, 38
1823	756, 29	756, 12	755, 85	756, 23	775, 87	725, 95	49, 92
1824	756, 86	756, 66	756, 37	756, 83	774, 18	728, 71	45, 47
1825	759, 05	758, 89	758, 49	759, 01	778, 13	726, 41	51, 71
1826	758, 87	758, 65	758, 32	758, 73	777, 53	729, 02	48, 52
Moyenne	757, 91	757, 66	757, 34	757, 84	777, 14	728, 52	48, 62
	+ 0l, 07	— 0l, 25	— 0l, 32	+ 0l, 50			

On remarquera, par le 2e tableau, que la moyenne des 9 années, donne pour la température à 9 heures du matin + 10°, 88; laquelle peut être considérée comme la vraie température moyenne annuelle de notre ville, ou du moins comme n'en différant pas sensiblement. Il est assez singulier que le nombre 10°, 88 se rapproche de très-près de celui 10°, 75 que l'on obtient en prenant la demi-somme des moyennes + 34°, 27 et — 12°, 77 des températures extrêmes qui ont été observées pendant les 9 années.

Le 1er tableau renferme les moyennes températures à 9 heures du matin, correspondantes aux 12 mois pour chacune des 9 années de la série. Il sert à montrer la relation entre la température et les saisons. On y voit que le mois de janvier est le plus froid, celui de juillet le plus chaud. Qu'aux mois également éloignés de juillet, les moyennes diffèrent peu l'une de l'autre; toutefois, les mois après juillet sont un peu plus chauds que ceux avant. Enfin, que le mois d'octobre, à lui seul, représente, à fort peu de chose près, la température moyenne de toute l'année; le mois d'avril est un peu inférieur.

Le 3me tableau donne la variation horaire dans la pression atmosphérique. Cette variation ne se montre pas seulement dans les moyennes annuelles, mais même il est rare qu'elle soit troublée dans les moyennes partielles de chaque mois. A l'observatoire royal de Paris, pendant les 9 années qui forment la série, les variations ont été + 0l,43, — 0l,07, — 0l,51, + 0l,35. On remarque qu'à Maestricht la hauteur barométrique, à 9 heures du matin, ne surpasse celle à 9 heures du soir que de 0l,07, tandis qu'à Paris la différence entre ces deux époques est de 0l,43.

Afin de constater si la pression atmosphérique éprouve une variation dépendante des saisons, les hauteurs moyennes du baromètre ont été groupées mois par mois, dans le 1er tableau. Il semblerait, en les consultant, que les plus grandes hauteurs moyennes ont lieu vers les solstices, tandis que les moindres suivraient de près les équinoxes; en effet, on observe un maximum en janvier, un autre en juin, un premier minimum en avril et un second en octobre.

En supposant trois courbes dont les ordonnées représentent les pressions moyennes et les pressions maxima et minima de l'atmosphère, on trouve que la courbe des maxima indique en général la plus grande pression en janvier ; que delà elle s'abaisse de plus en plus jusqu'en juillet, pour croître de nouveau pendant le reste de l'année. La courbe des minima est moins constante dans sa marche ; elle éprouve une inflexion brusque au mois de mars, où elle atteint une première limite inférieure; mais delà elle monte régulièrement jusqu'en juillet, pour descendre ensuite, suivant la même progression jusqu'en octobre, alors elle se trouve à une seconde limite inférieure ; de ce point, elle va de nouveau en se relevant. D'après la marche de ces courbes, on voit que l'étendue des oscillations extrêmes est la plus petite en juillet, la plus grande en mars, que dans ce dernier mois, l'étendue de l'oscillation est surtout agrandie par une forte baisse, qui produit dans la ligne des maxima une inflexion que ne partage pas la partie correspondante de la courbe des maxima. Enfin, on distingue dans la courbe des minima une tendance à suivre les inflexions de celle des moyennes mensuelles. Celle des maxima n'a cette tendance que vers le commencement et vers la fin de l'année ; au milieu, la disposition est tout-à-fait opposée.

Observations sur la pluie, la neige ou la grêle, pendant les années 1824, 1825, 1826.

MOIS.	NOMBRE DE JOURS.	HAUTEUR EN POUCES. (centim.).	HAUTEUR MOYENNE, PAR jour.
Janvier.	18,0	3,289	0,166
Février.	12,0	2,860	0,249
Mars.	17,0	4,775	0,267
Avril.	19,0	4,406	0,233
Mai.	18,3	5,489	0,307
Juin.	14,6	5,682	0,393
Pendant les six premiers mois . .	98,9	26,501	0,269

MOIS.	NOMBRE DE JOURS.	HAUTEUR EN POUCES. (centim.).	HAUTEUR MOYENNE, PAR jour.
Juillet.	16,0	6,949	0,418
Août.	18,3	8,318	0,461
Septembre. . .	15,3	6,453	0,428
Octobre.	18,6	5,150	0,276
Novembre. . .	24,0	10,500	0,438
Décembre. . .	23,0	7,341	0,306
Pendant les six derniers mois . .	115,2	44,711	0,388
Pendant toute l'année.	214,1	71,212	0,329

On voit qu'il tombe annuellement 71^{c}, 21 d'eau : en divisant la hauteur de l'eau tombée par mois, par le nombre des jours de pluie, de neige ou de grêle du même mois, on obtient la hauteur moyenne de l'eau qui est tombée par chacun de ces jours. On a employé, pour faire ces observations, un récipient dont l'ouverture rectangulaire et horizontale est de 2530,088 pouces (centimètres) carrés. Cette ouverture se trouve placée à 3, 50 aunes du sol, dans un espace découvert de tous côtés. Le liquide est mesuré par une jauge appropriée, peu de temps après la chute.

STATISTIQUE.

Extrait d'une lettre de M. Villermé, secrétaire de l'Académie royale de Médecine de Paris, *au rédacteur*, *sur les lois des naissances pendant le cours d'une année.*

Je vous adresse des résultats sur les naissances, dans la ville de Palerme, qui doivent d'autant plus vous intéresser

que nous ne possédions rien jusqu'ici pour la Sicile. Je les extrais de tableaux qui ont été rédigés par M. le docteur *François Calcagni*, et publiés par ordre des autorités. On doit les regarder comme très-authentiques. Ils sont intitulés *Tavole Sinottiche sulla Popolazione di Palermo, da Settembre* 1805 *a tutto Dicembre* 1825. J'ai eu soin, dans l'addition générale que j'ai faite, de compter les naissances de chacun des douze mois un même nombre de fois. Les résultats de mon addition sont qu'il y a eu, savoir :

	NAISSANCES réelles.	En ramenant, comme vous le faites, toutes les naissances à 12,000, et tous les mois à 31 jours.
En Janvier	12,603	1,089
Février	11,650	1,105
Mars.	12,252	1,058
Avril.	11,276	1,006
Mai	10,710	925
Juin.	9,933	887
Juillet.	10,654	920
Août.	10,914	942
Septembre. . . .	11,149	994
Octobre.	11,549	997
Novembre. . . .	11,547	1,031
Décembre. . . .	12,100	1,045
	136,437	

Il est assez curieux de comparer ces rapports à ceux que l'on a observés pour Livourne (vous les connaissez déjà), (1) et à ceux que *Lastri* a trouvés pour la ville de Florence pendant une période de trois siècles, de 1451 à 1774. Comme vous pou-

(1) Tome 2 de la *Corresp. Mathém.*, pag. 285.

vez ignorer les résultats de Florence dont il s'agit, les voici :

Janvier.	80,574	1,120
Février.	78,106	1,193
Mars	81,735	1,136
Avril.	70,670	1,018
Mai.	65,034	904
Juin.	58,134	835
Juillet.	61,734	858
Août.	66,813	929
Septembre.	66,187	951
Octobre.	74,209	1,032
Novembre.	74,785	1,074
Décembre. (1) . .	68,191	948
	847,172	

Paris, le 21 mars 1827.

(Nous donnerons ici un extrait d'une autre lettre de M. *Villermé*, qui confirme de plus en plus, par l'autorité irrésistible des nombres, la relation singulière que j'avais observée entre les naissances et les décès aux différens mois de l'année. Les observations de M. *Villermé*, par leur quantité, ne paraissent plus laisser aucun doute sur ce point important, et les renseignemens que j'ai pu recueillir depuis en donnent une nouvelle confirmation, comme on pourra le voir plus loin).

« J'ai, depuis ma lettre, dressé des tableaux de naissances mois par mois. Ces tableaux, non-seulement ceux que je vous ai montrés, mais encore tous ceux que j'ai pu me

(1) Il est à remarquer que ce minimum, qui forme une anomalie à notre principe, se présente neuf mois après l'époque du carême, circonstance qui avait déjà été remarquée pour la France par M. *Villermé*, dans une autre lettre que ce savant m'avait adressée en 1826. (Vol. 2 de la *Corresp.*, page. 286).

A. Q.

procurer, comprennent 12,890,000 naissances. J'ai adopté votre méthode : je ramène les nombres de chaque lieu et de chaque période à 12,000, que, par une règle de proportion, je distribue ensuite entre les 12 mois, en ayant égard à leur inégale longueur. De cette manière, on peut déduire :

1° L'influence des saisons, et, dans quelque cas, de leur marche extraordinaire (j'ai, pour confirmer cette influence, des résultats de la Suède, du Danemarck, de l'Allemagne, de la France, de l'Italie, des Antilles et même de l'autre côté de la ligne. Il est bien entendu que je me sers aussi de ceux que vous avez publiés);

2° L'influence de certains climats particuliers;

3° Celle de certaines institutions (du carême, de l'époque des fêtes, d'une nourriture abondante);

4° L'influence de l'époque des mariages les plus ou les moins nombreux.

Je me propose de rattacher à ce travail les rapports des naissances avec le lever, la culmination, le coucher et l'absence du soleil. »

NOTE.

M. *Lobatto*, dans l'annuaire (1) qu'il imprime à La Haye par ordre du gouvernement, et qu'il rend de plus en plus intéressant par le soin qu'il apporte à sa rédaction, a fait de nouvelles recherches sur les lois des naissances et des décès pendant l'année 1825. Voici les résultats auxquels il est parvenu : on pourra voir qu'ils s'accordent avec les nôtres et avec ceux qui ont été obtenus par M. *Villermé* et par plusieurs autres savans.

---

(1) *Jaarboekje over* 1827, in 's Gravenhagen, ter algemeene Landsdrukkerij, 1827.

MOIS.	NAISSANCES.	DÉCÈS.
Janvier.	1,08	1,04
Février.	1,18	1,20
Mars	1,17	1,25
Avril	1,08	1,08
Mai.	0,96	0,95
Juin.	0,86	0,88
Juillet.	0,82	0,85
Août..	0,89	0,88
Septembre.. . . .	0.97	0,94
Octobre.	0,98	0,99.
Novembre.	0,99	0,96
Décembre.	0,97	0,92

Dans le même annuaire, M. *Lobatto* donne pour valeur de la population du royaume des Pays-Bas 6,059,506 âmes, au commencement de 1826. Pendant l'année qui venait de s'écouler, le rapport des naissances masculines aux naissances féminines avait été de 1 à 0,943, celui des naissances à la population de 1 à 27,1, celui des décès à la population de 1 à 41,0, et enfin le rapport des mariages à la population de 1 à 127,2. A. Q.

Sur les naissances et les décès aux différentes heures du jour.

D'après les singuliers rapports qui existent entre les saisons et les nombres de naissances, M. *Villermé* a eu la curiosité de rechercher s'il n'existait pas aussi une plus grande facilité de naissances pour certaines heures du jour. Ayant eu communication des résultats recueillis pour ce savant à l'hôpital de la maternité de Paris, j'ai tâché de m'en procurer de semblables pour Bruxelles : je les ai obtenus de l'obligeance de M. *Guiette*, docteur en médecine à la maternité de l'hôpital de Saint-Pierre. Ce sont les résultats de

onze années d'observation, depuis 1811 jusqu'à la fin de 1822. M. *Guiette* a bien voulu y joindre depuis un tableau indiquant les décès aux différentes heures du jour, d'après 30 ans d'observation. Nous donnerons ici les uns et les autres.

	NAISSANCES.		DÉCÈS.	
HEURES.	MATIN.	SOIR.	MATIN.	SOIR.
1	142	94	228	257
2	173	97	253	233
3	130	88	230	217
4	122	91	242	237
5	120	104	231	281
6	111	100	213	233
7	142	121	217	204
8	99	97	248	194
9	88	133	207	199
10	130	115	228	220
11	137	224	311	243
12	48	4	110	14

M. *Villermé* à qui j'ai eu occasion de communiquer depuis, la première partie de ces résultsts, m'a assuré qu'ils étaient parfaitement analogues à ceux qu'on recueille pour lui à l'hôpital de la maternité de Paris. Nous nous abstiendrons de toute réflexion sur les inégalités qu'on y trouve, tout en croyant pouvoir avancer, d'après les renseignemens que nous avons pris, que les annotations ont été faites avec soin, surtout pour la première partie. Quant à la seconde, le nombre des décès à midi est trop faible, par un motif assez remarquable; c'est que les exécutions, à Bruxelles, ayant lieu à cette heure, par une espèce de concession faite aux préjugés, on a permis souvent de porter sur les heures voisines les indications des décès qui avaient eu lieu à midi.

A. Q.

Table de Mortalité pour les Provinces Méridionales du Royaume des Pays-Bas.

ANS.		ANS.		ANS.		ANS.	
0	100,000	28	45,866	56	27,155	84	2,929
1	77,507	29	45,284	57	26,357	85	2,429
2	69,470	30	44,709	58	25,547	86	2,000
3	64,799	31	44,147	59	24,727	87	1,619
4	61,899	32	43,589	60	23,890	88	1,285
5	59,864	33	43,023	61	23,041	89	998
6	58,726	34	42,448	62	22,176	90	744
7	57,800	35	41,857	63	21,296	91	537
8	57,129	36	41,249	64	20,402	92	378
9	56,557	37	40,629	65	19,493	93	267
10	56,077	38	39,990	66	18,571	94	204
11	55,660	39	39,335	67	17,636	95	150
12	55,409	40	38,670	68	16,688	96	105
13	54,919	41	37,999	69	15,731	97	76
14	54,569	42	37,322	70	14,761	98	54
15	54,226	43	36,638	71	13,769	99	38
16	53,883	44	35,948	72	12,781	100	25
17	53,533	45	35,252	73	11,718	101	19
18	53,167	46	34,549	74	10,697	102	16
19	52,643	47	33,840	75	9,679	103	13
20	51,956	48	33,125	76	8,706	104	10
21	51,132	49	32,406	77	7,810	105	7
22	50,309	50	31,671	78	6,977	106	4
23	49,498	51	30,940	79	6,213	107	2
24	48,703	52	30,199	80	5,501	108	1
25	47,939	53	29,452	81	4,798	109	0
26	47,218	54	28,698	82	4,131		
27	46,528	55	27,871	83	3,504		

J'ai formé cette table d'après trois autres dressées avec soin, l'une sur 8413 décès observés pendant 15 ans à Maes-

tricht (*Ann. de la province de Limbourg*); l'autre sur 8771 décès recueillis par M. *Lemaire* sur les registres de l'état civil de Tournay; et la troisième sur 14261 décès relevés à Bruxelles. Elle a déjà été insérée dans le *Vriend des Vaderlands* de La Haye.

REVUE SCIENTIFIQUE.

Théorie élémentaire des Transversales composée et analysée par M. Garnier, Professeur à l'Université de Gand.

Dans le sixième numéro de la *Correspondance* (Tom. II, pag. 363), nous avons annoncé un ouvrage ayant pour titre : *Théorie élémentaire des Transversales*, lequel devait comprendre au moins dix feuilles, format in-8°, avec un assez grand nombre de planches. A l'époque de cette annonce, nous pensions avoir réuni tous les matériaux qui devaient entrer dans la composition de ce traité; mais des recherches postérieures, de nouvelles lectures, et un travail plus approfondi, nous ont forcés à changer le plan que nous avions adopté, à multiplier les coupures ou les chapitres qui sont devenus plus homogènes, et à agrandir notre cadre. Nous pouvons aujourd'hui donner, à quelques légères modifications près, une table analytique des matières dont se composera ce traité, en renvoyant à la fin de cette analyse, les conditions de la souscription, et le mode de livraison que nous croyons devoir adopter.

Cet ouvrage comprendra, au moins, douze chapitres dont nous indiquerons les titres, et le plus sommairement possible, le contenu.

Chapitre I. *Des transversales droites et à arcs de grands cercles, considérées dans les triangles rectilignes et sphériques à arcs de grands cercles.* Une série de problèmes et de théorèmes, offre des applications plus ou moins connues

des théorèmes fondamentaux. Ce chapitre pourrait être très-utilement transporté dans les traités de géométrie, ainsi qu'on l'a fait des préliminaires de la géométrie descriptive. C'est une innovation ou plutôt une restitution que nous ne saurions trop recommander; ces deux titres et les réciproques mettraient les modernes de moitié dans la composition des élémens de la géométrie.

Chapitre II. 1° *De la division harmonique.* 2° *Des propriétés du quadrilatère complet.* 3° *Notions sur les pôles et polaires.* 4° *Du quadrilatère complet à arcs de grands cercles.* Après avoir distingué quatre espèces de quadrilatères, dont la dernière fait le sujet du chapitre, nous parlons de la division harmonique d'une droite et du faisceau harmonique, ce qui donne lieu à des dénominations et à des relations utiles dans ce chapitre et surtout dans celui des poles et polaires. Le quadrilatère complet est riche en propriétés d'une application continuelle, que nous avons démontrées avec les détails qu'exige leur importance. Nous n'avons pas dû omettre ces deux beaux théorèmes; 1° *Les milieux des trois diagonales d'un quadrilatère complet, sont sur un même alignement*; 2° *Si deux triangles* ABC *et* A'B'C' *tracés dans un plan, sont tels que les droites qui joignent les sommets* A *et* A', B *et* B', C *et* C' *se croisent en un point unique* S, *les côtés qui soutendent les angles égaux en* S, *vont concourir en des points* m, n, p *situés sur un même alignement*: nous donnons plusieurs démonstrations du dernier, parce qu'il est souvent invoqué dans le cours de l'ouvrage. On trouvera que nous sommes parvenus d'une manière très-simple à l'équation de condition de six points en ligne droite sur laquelle nous revenons plus loin par une autre voie, et en la présentant sous plusieurs formes. En appliquant certaines propriétés du quadrilatère complet aux concours des tangentes externes et alternes des trois cercles tracés dans un même plan, nous sommes naturellement conduits à donner les notions des centres des axes de similitude interne et externe, qui, plus loin, trouveront leur emploi. Dans l'impossibilité

d'une analyse détaillée, nous devons nous borner à des indications générales. Nous avons eu soin de dessiner sur une plus grande échelle les figures qui offrent plusieurs alignemens de trois points dont chacun représente le concours de plusieurs droites (1). Ce chapitre qui est tout entier une application des principes démontrés dans le précédent, est très-étendu, quoique nous l'ayons resserré autant que nous l'avons pu, sans prendre sur les explications nécessaires. Nous dirons une fois pour toutes que l'introduction à ce traité contiendra l'indication exacte des sources où nous avons puisé : le surplus sera la part de l'auteur.

Chapitre III. *De trois et d'un plus grand nombre de transversales coupant un polygone plan d'un nombre quelconque de côtés. Du cas où ce polygone se change en une courbe : propriétés qui en résultent, considérées particulièrement dans les coniques.* En partant d'un triangle ABC dont les trois côtés sont coupés par ceux d'un triangle intérieur *abc*, on obtient, en vertu de ce qui a été demontré (chap. I), une relation entre les segmens du second triangle, comptés de ses sommets, jusqu'aux côtés de l'autre, relation qu'on étend sans peine à un polygone quelconque substitué au triangle extérieur et enfin au cas où ce dernier se change en une courbe. Alors et en concevant les côtés du triangle intérieur *abc*, prolongés jusqu'à leurs rencontres m, m'.... m^{v} avec cette courbe, et circonscrivant à la même courbe un hexagone dont les côtés la touchent dans les six points m, m'........ m^{v}, on obtient une relation entre six segmens toujours comptés des trois sommets a, b, c sur les côtés prolongés jusqu'aux points en question, relation qu'on ap-

(1) Il me semble que c'est avoir trop bonne opinion de la sagacité d'un lecteur encore peu familiarisé avec cette géométrie, que de supprimer les figures, comme on l'a fait dans plusieurs écrits sur cette matière : j'avoue que, pour mon compte, j'aimerais autant, qu'on me fît la remise de la démonstration, en donnant l'énoncé de la propriété avec la figure correspondante. Ici l'esprit perçoit par les yeux.



propre soit à l'hypothèse que deux des côtés du triangle $a\ b\ c$ deviennent parallèles, soit à l'hypothèse que les trois côtés deviennent tangens à la courbe; ce qui conduit à des propriétés communes aux courbes planes des différens ordres, données par *Newton*, *Euler*, etc. Il est très-remarquable qu'une considération aussi simple que celle d'un système de droites coupées par trois transversales, conduise à des propriétés plus générales que la combinaison de deux surfaces, l'une du second ordre et l'autre du premier. Les anciens avaient le germe de la théorie des transversales; mais il est resté infécond jusque vers cette époque. De ces relations on déduit déjà plusieurs propriétés des coniques et entre autres celle-ci, qui a été démontrée autrement dans la *Théorie des Fonctions Analytiques*, savoir : que si on circonscrit à une ellipse, par exemple, un trapèze aNMc dont les côtés parallèles aN et cM la touchent en T et T″, les deux autres tangentes non parallèles étant NM et ac, on a cette propriété TN $\times$ T″M = au carré du demi-diamètre conjugué au parallèle à la direction commune des tangentes parallèles. De ces cas particuliers, on passe sans peine à la relation plus générale entre les segmens des côtés d'un polygone, comptés de ces sommets, jusqu'à leurs rencontres avec les côtés d'un polygone extérieur quelconque; puis on suppose que celui-ci se change en une courbe et que les côtés de l'autre lui deviennent tangens, hypothèse dont on prévoit toute la fécondité des conséquences. Il me semble, sauf meilleur avis, que c'est ainsi qu'on devrait présenter les sections coniques, puisque de cette manière et avec le seul secours de la géométrie la plus élémentaire, on est conduit aux équations fondamentales des coniques. C'est une première réponse à ceux qui demandent *à quoi bon les transversales ?*

Leçons sur la mécanique et les machines, données à l'école gratuite des arts et métiers de Liége; par G. DANDELIN, professeur à l'Université, in-8°; à Liége chez *Dessain*. Le prix de chaque livraison de deux à trois feuilles, est 20 cents.

D'après le succès qu'ont obtenu les leçons de mécanique de M. *Dupin*, M. *Dandelin* a senti que la publication de son ouvrage, paraîtrait peut-être à quelques personnes une témérité; et il a cherché à montrer, dans son avant-propos, en quoi son travail pouvait différer de celui du géomètre français. « Mon ouvrage, dit-il, ne ressemble à celui de M. *Dupin* que par la forme, et j'aurais eu tort de la changer; j'y ai jeté des notes, un grand nombre de théories et de complémens de théories qui me semblent nécessaires, et qui, dans l'idée de M. *Dupin*, pouvaient ne pas l'être autant; on trouvera aussi dans le texte des données et des mesures fournies par l'expérience et indispensables aux mécanistes et aux constructeurs; et enfin, j'ai tâché de rendre la théorie des machines motrices un peu plus complète: j'y ai ajouté encore quelques considérations sur les organes mécaniques, dont M. *Dupin* n'a pas parlé: cela fait donc un ouvrage nouveau. »

Un reproche qu'on semble pouvoir adresser aux deux ouvrages dont nous venons de parler, c'est que les principes de la mécanique y sont développés d'une manière peut-être trop savante. (1) « Mais, comme l'observe encore fort bien M. *Dandelin*, il ne faut pas perdre de vue que les ouvrages de l'espèce de celui-ci, sont plutôt lus par des hommes déjà instruits que par des ouvriers; il faut donc leur offrir quelque chose qui ait de

(1) Un géomètre de beaucoup d'esprit nous écrit à ce propos « on dit de certain individu : *ce qu'il veut dire vaut mieux que ce qu'il dit.* On dira de M. *Dandelin*, à l'occasion de son cours de mécanique : *ce qu'il fait vaut mieux que ce qu'il devait faire*. Voilà mon analyse de son ouvrage que je souscrirai. »

l'attrait, de l'utilité : pour les ouvriers, il ne faudrait qu'un simple recueil d'énoncés et de formules avec des planches. C'est ce que j'ai tâché de faire dans un ouvrage que je prépare conjointement avec un jeune officier distingué de l'artillerie, qui veut bien m'aider de ses connaissances, et que nous livrerons au public en deux langues. » Nous préférons cet aveu à l'assertion de l'éditeur de M. *Dupin*, qui prétend que son ouvrage « ne suppose, chez les personnes qui voudront l'étudier, d'autres connaissances que celle des quatre règles de l'arithmétique. » Nous en appelons à la bonne foi des personnes qui ont abordé cette étude avec un aussi mince équipage, et elles conviendront qu'elles ont complétement échoué.

Les cinq premières leçons qui ont été publiées jusqu'à présent, traitent des propriétés générales des corps, de la composition et de la décomposition des forces et des vitesses, des centres de gravité, de l'équilibre d'un corps sur un plan ou sur une surface courbe, du plan incliné, etc. Un grand nombre d'exemples puisés dans la pratique, viennent confirmer les résultats de la théorie et leur donnent plus d'intérêt. Nous avons remarqué particulièrement ce qui concerne les frottemens : l'auteur a traité toute cette partie avec beaucoup de détails et de clarté; il a donné de nombreux résultats de l'expérience, et surtout ceux de *Coulomb*, relativement aux frottemens des corps hétérogènes.

Les notes s'adressent à la classe des lecteurs déjà familiarisée avec les considérations des mathématiques supérieures; elles témoigneront au besoin que l'auteur sait envisager son sujet d'un point de vue élevé, et qu'il est maître de sa matière.

Nous ne pouvons qu'applaudir à l'utile entreprise de M. *Dandelin*, et nous la recommanderions fortement aux amis des sciences, si ce soin ne devenait superflu par le grand nombre de souscripteurs qu'elle a déjà réunis.

— M. *Pagani*, professeur de mécanique industrielle à Louvain, publie également le texte de ses leçons; mais il se contente d'en offrir le simple résumé; c'est-à-dire, les énoncés et les nombres qu'il importe le plus de connaître. On voit que cet ouvrage doit ressembler davantage à celui que M. *Dandelin*

destine aux ouvriers, et dont il annonce la prochaine publication. Jusqu'à présent nous n'avons vu que les premières leçons publiées par M. *Pagani* sur *les principes de la géométrie* (une feuille et demie). Nous nous proposons de revenir sur ce travail utile, quand la publication en sera plus avancée.

Traité élémentaire de Géométrie théorique et pratique, à l'usage des élèves d'infanterie et de cavalerie de l'école royale militaire de Delft; par M. Degelder, analysé par M. Verdam, lecteur à l'Université de Groningue.

M. *Degelder*, composa en 1816 (1), un cours élémentaire de géométrie théorique et pratique, spécialement consacré à l'enseignement des élèves d'infanterie et de cavalerie. Un pareil traité n'exigeait pas autant de développemens ni des méthodes aussi rigoureuses, que dans le cas où l'auteur se serait adressé à des officiers du génie, civil ou militaire. Aussi M. *Degelder* démontre beaucoup de théorèmes d'une manière populaire; et par une méthode mixte, tantôt il emploie des raisonnemens rigoureux pour arriver à la vérité, tantôt il se borne à énoncer les théorèmes sans démonstration.—En voici des exemples : *Un angle et son supplément valent deux angles droits.* Il suffit de tracer une figure pour s'en assurer. *Les angles à la base d'un triangle isocèle, sont égaux.* Qu'on conçoive une ligne A, menée du sommet à la base, et divisant l'angle au sommet, en deux parties égales; cette ligne divisera le triangle en deux autres *a* et *b*, et si l'on fait tourner le triangle *a*, autour de la droite A, comme autour d'un axe, les côtés du triangle *a* coïncideront parfaitement avec les côtés du triangle *b*, donc les angles à la base coïncident et sont égaux. Le théorème de Pythagore est démontré par la voie de l'intuition. — Pour

(1) M. *Degelder*, était alors professeur de mathématiques transcendantes, d'astronomie, de physique et de mécanique, à la même école.



démontrer que l'aire d'un cercle est égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, l'auteur remarque que l'aire d'un polygone est égale à son contour par la moitié de l'apothème, quel que soit le nombre des côtés du polygone ; ainsi, quand on prend un polygone d'un nombre de côtés aussi grand que possible, ce polygone ne diffère pas sensiblement d'un cercle ; donc, etc. Pour démontrer les règles qui déterminent les solidités des corps, l'auteur fait usage de la méthode de *Cavalleri* (la méthode des indivisibles), et ainsi de suite.

La partie théorique contient les principaux théorèmes de la géométrie des plans et des solides, et l'exposé de la partie la plus usuelle de la trigonométrie.

Dans la partie pratique sont expliqués : les poids et mesures, les échelles en usage dans le dessin topographique; les méthodes qu'on doit suivre pour représenter un terrain et les objets de ce terrain, sur une carte ; l'arpentage et l'appréciation des distances à vue ou en mesurant au pas ; la géométrie pratique des angles ; l'usage de la *planchette* et de la *boussole ;* enfin la méthode de niveler un terrain et d'en déterminer les profils, etc., etc.

Volledige en grondige handleiding tot het teekenen van Land-, Zee- en Hemelkaarten en van Netten tot coni-globiën en globen. Naar den derden hoogduitschen druk van J. M. Mayer, prof. te Gottingen, vrij gevolgd en met aanteekeningen verrijkt, door M. Lemans, mathematicus te Amsterdam ; — eerste stuk, in-8°, 206 pag., met platen ; Amsterdam, bij *G. Portielje.* 1826.

Cet ouvrage est la traduction libre du tome IV de la géométrie pratique du célèbre professeur allemand *Mayer.* On y trouve l'ensemble des connaissances nécessaires pour dessiner les cartes terrestres, maritimes et célestes, ainsi que pour composer les enveloppes des globes. Le traducteur se proposant de traiter avec quelqu'étendue cette matière sur

laquelle il n'existe aucun traité complet en hollandais, ne pouvait mieux faire que de prendre pour modèle l'ouvrage de *Mayer*. Pour nous servir des expressions de M. le professeur *Degelder*, qui a enrichi ce traité d'une préface: « L'original, loin d'avoir perdu par le travail de M. *Lemans*, » a gagné du côté de la clarté et de la précision, en sorte » qu'un allemand assez familier avec la langue hollandaise, » préfèrerait sans doute la traduction à l'ouvrage original » même. »

Bibliotheca continens libros selectos in omni genere disciplinarum, præcipuè verò mathematicarum. Bruxellis, *Wahlen*, in-8°. 1827.

M. *Van Utenhove* est un des hommes de notre pays qui cultive les sciences mathématiques avec le plus de succès : son nom figure honorablement dans le supplément que *Lalande* a donné à l'histoire des mathématiques de *Montucla*. On a de lui un ouvrage, publié en 1815, sur le partage de la circonférence en parties égales, qui renferme des recherches très-intéressantes. L'opuscule que nous annonçons, est le catalogue des livres qui composent sa bibliothèque, où l'on trouve une réunion précieuse d'éditions rares et choisies. Nous ne pensons pas que ce catalogue soit en vente; il est cependant de nature à intéresser les personnes qui s'occupent de l'histoire des sciences et particulièrement pour notre pays.

Jaarboekje over 1827, uitgegeven op last van Z. M. den Koning, in 's Gravenhage, 1827. in-12. (80 cents).

L'accueil que le public a fait, l'année dernière, à l'*Annuaire de M. Lobatto*, prouve qu'il en a senti l'utilité et qu'il a apprécié le mérite de son exécution. L'auteur, de son côté, a redoublé de zèle pour justifier cette bienveillance, et le second volume qu'il vient de publier, nous semble conte-

nir tous les renseignemens qu'il importe le plus de connaître; soit par rapport aux mouvemens des corps célestes, aux époques et aux circonstances des marées (1); soit par rapport aux monnaies, aux mesures de toute espèce et aux données géographiques et statisques des principales villes du royaume. Ce qui concerne l'état des eaux en Hollande, a été traité avec soin et se trouve développé dans un grand nombre de tableaux numériques. Nous avons déjà eu occasion de parler de l'attention particulière que l'auteur a donnée à l'observation des mouvemens de la population. (2) Plusieurs notices, rédigées avec clarté, répandent un nouvel intérêt sur cet estimable recueil. M. le général *Krayenhoff*, au moyen d'une boussole à répétion de *Lenoir*, a déterminé la déclinaison de l'aiguille aimantée à Nimègue, qu'il a trouvée de 21° et 41′ 25″, par 260 observations faites pendant 13 jours, du 11 au 23 octobre : ces observations avaient lieu pendant dix minutes qui précédaient et dix autres qui suivaient le midi vrai; et elles étaient au nombre de dix pour chaque période. L'aiguille d'inclinaison, également de *Lenoir*, a donné un angle de 67° 5′.

Pour faire la part de la critique, on pourrait peut-être désirer que la partie météorologique eût un peu plus de développement et que l'on eût fait connaître les instrumens qui ont servi aux observations et les lieux où ils étaient placés. Cette remarque devient surtout importante pour le baromètre qui ne nous apprend rien d'utile, si l'on ne connaît la hauteur à laquelle on a observé. Nous n'insisterons pas sur ces détails que M. *Lobatto* aura sans doute appréciés comme nous. Il est juste de dire d'ailleurs que les observations ne sont pas de lui, et qu'à en juger par l'exactitude scrupuleuse avec laquelle il s'acquitte de tout ce qu'il entreprend,

(1) Il serait à désirer qu'on connût les formules sur lesquelles les calculs ont été basés.

(2) Page 40 de ce numéro.

nous n'aurions jamais à lui reprocher de semblables omissions.

Annuaire de la province du Limbourg, rédigé par la société des Amis des Sciences, Lettres et Arts, établie à Maestricht, année 1827, in-12. A Maestricht, chez *Nypels.* 1827.

Cet annuaire est rédigé à peu près sur le même plan que celui qui se publie à La Haye ; mais, fidèle à son titre, il donne des renseignemens très-étendus sur la province du Limbourg, en s'occupant moins des autres parties du royaume : tous les phénomènes astronomiques sont calculés pour la ville de Maestricht : on a recueilli avec soin les renseignemens concernant les mesures et les monnaies qu'on employait avant l'introduction du nouveau système métrique ; on a présenté aussi un aperçu statistique de la province, en y comprenant une notice historique très-savante mais peut-être un peu longue, sur l'ancienne église de Notre-Dame. La notice qui traite *de la terre et du soleil* est écrite avec clarté et doit faire désirer que l'on traite de la même manière des autres élémens de notre système planétaire. Nous trouvons ici, ce que nous désirions dans le *Jaarboekje,* des observations météorologiques recueillies avec soin et d'après les meilleures méthodes. Quoiqu'elles ne portent pas de nom d'auteur, nous avons quelque raison de croire qu'elles sont dues à M. *Crahay* dont nous avons cité les observations pour neuf années consécutives (page 32).

Positions de Physique ou résumé d'un cours de Physique générale ; par A. Quetelet, tome 1. in-32. Bruxelles, *Tarlier.* 1827.

« En composant ce résumé, j'ai tâché de réunir, dans un ordre méthodique et sous le plus petit volume possible, les principes qui constituent les différentes parties de la physi-

que. J'ai cru qu'il pourrait servir ainsi de *memento* aux personnes qui désirent revoir rapidement les sommités de la science, sans s'appesantir sur les détails ; et de manuel, à celles qui suivent des cours de physique, puisque les leçons serviraient naturellement de développement au texte que je présente. Depuis plusieurs années, dans les cours que je donne publiquement au musée de Bruxelles, j'ai pu apprécier les avantages particuliers qu'offrirait un pareil résumé, en évitant au lecteur le soin de prendre à la hâte des notes souvent fautives, et en indiquant les sujets des leçons qui doivent suivre ou qui ont précédé. »

« Il existait déjà, sous le titre de *positiones physicæ*, le commencement d'un ouvrage à peu près semblable, publié par le respectable professeur *Vanswinden*. Malheureusement ce qui a paru ne contient que la partie qui concerne les corps solides et l'équilibre des fluides (2 vol. in-8°. 1787). Ce premier travail a reçu dans le temps un accueil justement mérité. L'astronome *Burckhardt*, quelque temps avant sa mort, m'avouait qu'il devait beaucoup à la lecture de cet ouvrage, dont il fesait un grand cas. L'auteur s'est attaché surtout à indiquer les livres à consulter sur les parties dont il traite. Cette méthode est sans doute fort utile, quand on s'adresse à des lecteurs qui veulent approfondir la science, et qui ont à leur disposition une bibliothèque amplement fournie. Mais, comme mon but était différent, j'ai cru devoir suivre une autre méthode. Je n'ai donc emprunté à notre savant compatriote que le titre de son ouvrage. Au lieu de citer des auteurs à consulter, je me suis attaché à indiquer des expériences à faire et surtout des expériences faciles. J'ai présenté, le plus que j'ai pu, des tableaux et des résultats numériques, dont on est dans le cas de devoir se servir. »

« Tout en écartant les calculs, je n'ai pu éviter cependant d'énoncer, dans quelques endroits, des principes purement mathématiques ; mais je les ai indiqués par un astérisque, et l'on pourra les omettre dans une première lecture. » (*Avant-propos* de l'ouvrage.)

Specimen Academicum inaugurale, etc., dissertation inaugurale, dans laquelle sont exposées les méthodes qui servent à déterminer l'impulsion de l'air et la vitesse du vent; par M. Doncker-Curtius. Leyde 1826, *H. Cyfveer*, in-4°.

L'auteur observe qu'on a inventé, pour déterminer les mouvemens de l'air, divers instrumens dont les uns donnent plutôt la mesure de l'impulsion du vent; et les autres, de sa vitesse: il se propose, en conséquence, comme l'ont déjà fait plusieurs savans, d'établir la relation qui existe entre ces deux élémens, et de comparer ensuite les résultats de la théorie à ceux de l'observation. Il considère donc, dans la première partie de son mémoire, le phénomène général de l'impulsion; il expose ensuite la loi dont il dépend et fait de cette loi des applications diverses, qui, mises à côté des résultats de l'expérience, montrent le degré de confiance que l'on peut y attacher dans l'état actuel des sciences. Des observations sur l'impulsion directe du vent, l'auteur conclut que, d'après *Borda* et *Woltmann*, les impulsions sont comme les carrés des vitesses, mais que, d'après *Schober*, ce rapport doit inspirer moins de confiance. Quant à ce qui concerne l'angle d'incidence, il pense avec M. *Christian* que la loi est si compliquée qu'il n'est point étonnant que la théorie n'ait pas encore pu trouver de formule qui l'exprime suffisamment. Dans la dernière partie de son travail, M, *Doncker-Curtius* s'occupe des méthodes et des instrumens qui ont été employés pour déterminer la vitesse du vent, et il donne la description des *anémomètres* les plus ingénieux. Dans toute cette discussion, l'auteur fait preuve de discernement et de connaissances variées, et il apporte dans l'examen des théories cette sage réserve dont le physicien ne doit jamais s'écarter.

De Vriend des Vaderlands, journal mensuel, in-8°. A La Haye, Prinsestraat, 1827.

La société de *Bienfaisance* qui, depuis 1819, publiait sous

le titre de l'*Étoile* (*de Star*) un journal dans lequel elle rendait compte de ses travaux, vient d'en modifier la rédaction; elle se propose de publier désormais, sous le titre de l'*Ami de la Patrie*, un nouveau journal mensuel qui se composera de quatre parties différentes. La première contiendra les annonces de tous les ouvrages publiés dans le royaume des Pays-Bas, concernant le but de la société. Ces annonces seront faites par des savans connus, choisis hors du sein de la société, qui seront chargés de porter encore un jugement sur le mérite de chaque ouvrage. La seconde partie offrira des mémoires originaux sur la statistique, sur les antiquités du pays, sur l'agriculture, etc.; la troisième, des traductions et des extraits des journaux et des ouvrages étrangers les plus estimés; enfin, la quatrième contiendra les annonces de la *Société de Bienfaisance* et ce qui concerne ses colonies.

(Nous extrayons cet article et le précédent de *la Revue Encyclopédique* où nous les avions insérés; nous ajouterons seulement que l'*Ami de la Patrie* prouve par les quatre numéros qu'il a déjà fait paraître, que sa métamorphose lui a porté bonheur.

Répertoire de Chimie, Pharmacie, matière Pharmaceutique et Chimie industrielle. Journal mensuel; par P. S. Hensmans, in-8°. Louvain, chez *F. Michel.*

M. *Hensmans* était déjà avantageusement connu par différens travaux, dont quelques-uns lui ont valu des récompenses de l'Académie de Bruxelles. Le journal qu'il publie en ce moment, sera éminemment utile par le choix qui préside à sa formation et par la modicité du prix. Nous regrettons de ne pouvoir, sans sortir du cadre que nous nous sommes tracé, entretenir nos lecteurs des choses intéressantes que contiennent les cinq cahiers qui ont paru jusqu'à ce jour.

Réflexions philosophiques sur la nature, les propriétés et qualités opposées des corps ignés et lumineux et des corps froids et obscurs, etc.; par S. HOLLERTT. Brux. 1826, in-8°.

Quand un ouvrage sur la physique ne renfermera que des idées systématiques, que des analogies éloignées, sans offrir aucun fait nouveau, aucune expérience, nous croyons, sans déplaire à nos lecteurs, pouvoir prendre l'engagement de le passer sous silence. Il est des personnes qui ne cherchent dans l'étude des sciences que le plaisir d'échaffauder un système. Ce plaisir est des plus innocens, et nous aurions mauvaise grâce de vouloir le troubler.

ACADÉMIE ROYALE DE BRUXELLES.

L'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles, dans sa séance générale du 7 mai, a décerné une médaille d'honneur à M. *Ollivier*, ancien élève de l'école polytechnique et actuellement officier d'artillerie au service de Suède, pour un mémoire sur la géométrie à trois dimensions. Dans la même séance, l'Académie a proposé de nouvelles questions pour les concours de 1828 et 1829. Nous ne ferons connaître ici que celles qui se rapportent aux sciences physiques et mathématiques.

Pour 1828.

— Quelle est la théorie qui explique de la manière la plus satisfaisante les phénomènes divers que présente l'aiguille aimantée ?

Il faudra expliquer toutes les observations dont on pourra constater la certitude, et fournir des moyens de soumettre à une analyse rigoureuse les élémens hypothétiques que l'on jugera convenable d'employer.

— Assigner la forme et toutes les circonstances du mou-

vement d'une bulle d'air de grandeur finie qui s'élève dans un liquide, dont la densité est supposée uniforme.

— Démontrer, par rapport aux surfaces du deuxième degré, les analogues des théorèmes de *Pascal* et *Brianchon*.

— 1° Examiner, d'une manière approfondie, les différentes espèces de sociétés d'assurance sur la vie; 2° Établir, d'après les principes mathématiques, quelle est celle qui présente à la fois le plus d'avantages aux assurés et aux assureurs.

— Déterminer toutes les circonstances du mouvement infiniment petit d'un système quelconque linéaire, flexible, élastique ou non, autour de sa position d'équilibre, en ayant égard à la résistance d'un fluide élastique ambiant.

— On suppose que la surface de chaque aile d'un moulin mu par la force du vent, est engendrée par une ligne droite mobile qui s'appuie toujours d'une part, à angles droits sur une droite fixe donnée de position, et de l'autre, sur une courbe plane dont le plan est parallèle à la droite fixe. On demande quelle doit être la courbe directrice pour que l'impulsion du courant d'air sur les ailes du moulin, produise le maximum d'effet.

Pour 1829.

— Donner la théorie mathématique de l'homme et des animaux considérés comme moteurs et machines.

Les concurrens sont prévenus qu'ils doivent rapporter les mesures des forces à l'unité connue sous le nom de *dyname*.

—Comparer, pour les Pays-Bas, les avantages qui résulteraient de l'établissement des chemins en fer, avec ceux qu'offrent les canaux.

— Quels sont les services rendus par les habitans des Pays-Bas à la géographie?

Le prix de chacune de ces questions sera une médaille d'or, du poids de trente ducats. Les mémoires, écrits lisiblement en latin, français, hollandais ou flamand, seront adressés,

francs de port, avant le 1er février 1828, à M. *Dewez*, secrétaire perpétuel.

Les sciences ont eu à regretter successivement la perte de plusieurs hommes célèbres, parmi lesquels on distingue *Chladni*, *Volta* et l'auteur de la *mécanique céleste*. — Les funérailles de l'illustre *Laplace* ont eu lieu le 7 mars 1825; MM. *Poisson*, *Biot* et *Daru* ont été les interprètes des regrets des corps savans dont il faisait partie. La *Mécanique céleste*, la *Théorie analytique* du calcul des probabilités, les résumés philosophiques de ces grands ouvrages, et plusieurs mémoires académiques, forment un héritage précieux que la postérité accueillera avec reconnaissance; « ces travaux ont rempli sans » interruption près de soixante ans de sa vie. On aurait lieu » cependant d'être surpris de leur nombre et de leur variété, » si l'on ne savait qu'en toutes choses la fécondité est un attribut » essentiel du génie. Il faut aussi dire que les calculs numé» riques qui auraient absorbé une partie considérable d'un » temps si précieux, ont été faits par son ami *Bouvard*. Ses » formules sont la base des tables astronomiques de *Delambre*, » qui fut également son ami, et dont le nom devait, à ce » double titre, être prononcé sur sa tombe. Ce fut *D'Alem*» *bert* qui dirigea ses premiers pas dans la carrière des » sciences, et qui ne tarda pas à reconnaître en lui un » géomètre qu'il aurait bientôt pour émule. Quoiqu'il soit » entré à l'Académie à vingt-quatre ans, il avait fait au» paravant une découverte capitale, celle de l'invariabilité » des distances moyennes des planètes au soleil, et publié » en outre plusieurs mémoires importans. Le bureau des » longitudes a entendu la lecture de son dernier travail, et, » pour ainsi dire, de ses derniers accens : encore cette » année, quinze jours à peine avant sa maladie, il nous a » communiqué un mémoire sur les oscillations de l'atmos» phère, dont l'impression dans la *Connaissance des temps* » est achevée. » (Extrait du discours de M. *Poisson*).

S. M. le Roi des Pays-Bas, par arrêté du 27 décembre 1827, a créé à Bruxelles un *Musée des Sciences et des Lettres*, dans lequel on donne des cours publics et gratuits sur différentes branches de connaissances humaines. L'installation de cet établissement a eu lieu le 3 mars, au milieu d'une grande affluence, qui a témoigné, par ses applaudissemens réitérés, sa reconnaissance pour les intentions vraiment libérales de son auguste Souverain, et le plaisir que lui ont fait éprouver les discours qui ont été prononcés dans cette circonstance solennelle.

Les cours ont été distribués de la manière suivante :

DANS LES LETTRES.

Histoire des Pays-Bas. Professeur, M. Dewez.
Histoire de la Philosophie. Professeur, M. Van de Weyer.
Littérature générale. Professeur, M. Baron.
Littérature nationale. Professeur, M. Lauts.
Histoire générale. Professeur, M. Lesbroussart.

DANS LES SCIENCES.

Zoologie. Professeur, M. Vanderlinden.
Chimie générale. Professeur, M. Drapier.
Botanique. Professeur, M. Kickx.
Constructions. Professeur, M. Roget.
Histoire des Sciences. Professeur, M. Quetelet (1).

---

(1) Malgré les travaux que m'imposent mes leçons de mathématiques, à l'*Athénée Royal*, et les cours publics de physique expérimentale et d'astronomie que je donne au Musée, depuis près de quatre ans, je n'ai point hésité à répondre à l'appel honorable que notre gouvernement a bien voulu me faire. J'ai dû renoncer cependant à des leçons publiques de calcul différentiel et intégral que j'ai données l'année précédente, et à un cours de géométrie descriptive que j'avais presque terminé cette année. Mon nouveau collègue *M. Roget*, dédommagera amplement mes auditeurs, en leur

Je me dispenserai d'entrer dans des détails, à l'égard de ce nouvel établissement, dont les cours sont généralement suivis par un auditoire aussi brillant que nombreux.

Les personnes qui désireraient avoir de plus amples renseignemens sur la manière dont les leçons sont données, pourront recourir à un ouvrage que l'on publie en ce moment, et qui leur est spécialement consacré. L'on trouvera ici un extrait du *prospectus*.

Annales du Musée.

« On a pensé qu'il était important de recueillir et de consigner les travaux de ce corps savant (des professeurs du musée); de former ses Annales dès sa naissance, d'y donner le relevé et l'analyse des cours de chaque professeur, et qu'un tel travail porterait sur tous les points du royaume et dans toutes les classes de la société le bienfait de l'instruction. »

« Accueillis avec bienveillance par MM. les professeurs, qui ont approuvé l'idée des *Annales*, les éditeurs ont l'espoir d'être secondés par eux dans cette entreprise, et la plupart leur ont promis de revoir les analyses de leurs cours, pour assurer l'exactitude des faits. »

---

transmettant les leçons de l'illustre *Monge*, et les connaissances profondes qu'il a acquises à l'école Polytechnique, et dans la carrière d'Ingénieur maritime qu'il a suivie pendant quelque temps, et dans celle d'architecte de la régence de Bruxelles qu'il suit maintenant. Trois de mes anciens élèves, que je compte aujourd'hui au nombre de mes amis, *MM. Nerenburger, Verhulst* et *Kindt*, ont été autorisés à donner des leçons publiques et gratuites, sur les diverses branches des mathématiques pures; et leurs cours, qui servent, pour ainsi dire, de cours préparatoires à ceux du *Musée*, sont suivis de manière à faire apprécier les services qu'ils rendent à la science. Il m'est bien agréable de pouvoir citer, à côté des noms de ces jeunes géomètres, celui de leur ancien camarade d'études *M. Plateau*, qui vient d'être nommé à la chaire de mathématiques élémentaires au collége de Liège.

« Nous publierons, autant que possible, et en entier, les discours que MM. les professeurs ont prononcés à l'ouverture de leurs cours. »

« Comme on ignore les époques et l'importance des publications, la souscription est établie par cahier seulement, au prix de *un florin*. Il paraîtra un cahier aussitôt qu'il y aura assez de matériaux pour le composer; le tout formera un seul volume par an. »

On souscrit chez les Éditeurs, A LA LIBRAIRIE BELGE, *rue des Pierres*, n° 1141, à Bruxelles, et chez les libraires et directeurs des postes du Royaume.

QUESTIONS.

1. Dans tout quadrilatère circonscrit à une parabole, les côtés opposés sont divisés en segmens proportionnels par une cinquième tangente quelconque.

2. Si sur les trois côtés d'un triangle, pris tour à tour comme diagonales, on construit des parallélogrammes dont les côtés contigus soient parallèles à deux lignes données, les trois autres diagonales concourront en un même point (Ce concours est le centre d'une hyperbole circonscrite au triangle).

3. Partager chacun des nombres naturels, depuis 1 jusqu'à n inclusivement, en deux parties telles, que r soit le rapport constant de la 1re partie de chaque nombre à la 2e du nombre immédiatement suivant, et aussi le rapport de la 1re partie de n à la 2e de 1.

4. Si on fait glisser une droite entre deux axes rectangulaires, la courbe à laquelle cette droite restera tangente a pour équation $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=D^{\frac{2}{3}}$, D étant cette droite. Le milieu de la droite décrira un cercle; et tout autre point, une ellipse.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE.

Deux triangles ABC et abc *sont tels que les droites qui joignent les sommets A et* a, *B et* b, *et C et* c *se croisent en un point D; on propose de démontrer que les rencontres des côtés AB et* ab, *AC et* ac, *CB et* cb, *sont en ligne droite* (fig. 10, planche III). **Problème proposé à la page 366 du IIe vol., et résolu par M. Nerenburger.**

Le triangle ABC peut être considéré comme la base d'une pyramide triangulaire, dont la projection horizontale du sommet serait le point D; les droites AD, BD, DC deviennent alors les projections horizontales des arêtes qui concourent à la formation de l'angle trièdre, dont le point D est la projection horizontale du sommet, et les points a, b, c, sont les projections horizontales de trois points situés sur les prolongemens de ces arêtes respectives; mais généralement le plan des trois points, dont les projections sont a, b, c, rencontrera celui du triangle ABC, et l'intersection de ces deux plans sera donnée par les rencontres deux à deux des droites prolongées AB, $a'b'$; AC, $a'c'$; BC, $b'c'$: $a'b'$, $a'c'$, $b'c'$, représentant les droites dont ab, ac, bc sont les projections horizontales. Il suit de là que ces dernières droites détermineront, par leur intersection avec AB, AC, BC, la projection horizontale de l'intersection des deux plans que nous avons considérés, et cette dernière, étant une ligne droite, le théorème est démontré.

Autre solution, par M. Manderlier, candidat en sciences à l'Université de Gand.

Le triangle ABD, coupé par la transversale bn (fig. 10), donne

$$An \times Bb \times Da = Aa \times Bn \times Db. \qquad (1)$$



Le triangle CDB, coupé par la transversale bp, donne

$$Cc \times Bp \times Db = Cp \times Bb \times Dc. \qquad (2)$$

Le triangle ACD, coupé par la transversale am, donne

$$Aa \times Cm \times Dc = Am \times Cc \times Da. \qquad (3)$$

Multipliant membre à membre (1), (2) et (3), on obtient, en effaçant les termes communs,

$$An \times Bp \times Cm = Am \times Cp \times Bn:$$

relation entre les segmens du triangle ABC, coupé par la transversale nm; donc npm est une ligne droite.

On a deux triangles AFG, A′FG, construits sur la même base FG (fig. 11); *on mène des sommets A et A′ des droites à un même point* h *de la base; puis, des transversales FD, GB, qui se croisent en C sur A*h *et FD′ GB′ qui se croisent en C′ sur A′*h *: il s'agit de prouver que les transversales DB, D′B′ concourent au même point* k *du prolongement de GF. On peut varier cet énoncé de plusieurs manières, et, par exemple, supposer les transversales* k*BD,* k*B′D′, puis joindre F, D, G et B, F, D′, G et B′, ce qui donne les points de croisement C, C′, et démontrer que les droites AC, A′C′, vont concourir en* h *sur FG, etc.* Problème proposé à la page 366 du II[e] vol., et résolu par M. Mandeblier.

Supposons que BD rencontre FG en k, et que B′D′ puisse la rencontrer dans un autre point k'.

ABFCGDA et A′B′FC′GD′A′ peuvent être considérés comme des quadrilatères complets, dans lesquels on sait que les diagonales se coupent en segmens proportionnels.

On aura donc pour la diagonale FG, considérée dans le premier quadrilatère,

$$Gh : Fh :: Gk : Fk; \qquad (1)$$

et pour la même diagonale FG, considérée dans le deuxième quadrilatère,

$$Gh : Fh :: Gk' : Fk'. \qquad (2)$$

De (1) et (2) on tire $Gk : Fk :: Gk' : Fk'$, d'où

$$\frac{Gk - Fk}{Gk' - Fk'} \text{ ou } \frac{FG}{FG} = \frac{Fk}{Fk'},$$

donc $Fk = Fk'$: donc k' doit se confondre avec k, ou les droites BD et B'D' concourent au même point k de GF.

Il sera facile d'appliquer le même raisonnement aux autres hypothèses; car, si, comme on le suppose dans la seconde partie de l'énoncé, le point k était construit d'avance, et qu'il fallût prouver que les droites AC et AC' concourent en un même point h de FG, ou supposerait que A'C' rencontre FG en un autre point h' : on aurait encore deux quadrilatères, ce qui donnerait

$$Fh : Gh :: Fk : Gk \text{ et } Fh' : Gh' :: Fk : Gk,$$

donc $$Fh : Gh :: Fh' : Gh',$$

d'où $$\frac{Gh + Fh}{Gh' + Fh'} = \frac{Fh}{Fh'} \text{ ou } \frac{FG}{FG} = \frac{Fh}{Fh'},$$

donc $Fh = Fh'$, et h' doit se confondre avec h, etc.

Autre solution et extension du problème précédent, par A. Q.

Si, du sommet A d'un triangle (fig. 11), on mène une droite Ah, et des transversales, telles que FD et GB, qui se coupent deux à deux sur Ah; il est prouvé que les transver-

sales DB, etc., en nombre quelconque, vont toutes concourir en un même point k (1).

Cela posé, mettons la figure en perspective dans un plan passant par $kFhG$, et il devient évident que, selon la position de l'œil, chaque point de ce plan peut devenir le sommet A′ du triangle perspective du triangle proposé; mais, les points k et h ne variant pas, les transversales, telles que FD′ et GB′, continueront à se couper sur la droite qui joint le point h au sommet A′, la réciproque a également lieu.

Ainsi *le théorème n'a pas lieu seulement pour deux triangles et pour deux transversales*, mais pour un nombre infini de triangles, pourvu qu'ils aient une base commune; et pour un nombre infini de transversales FD et BD, pourvu que les points de croisement se trouvent sur les droites qui joignent le point h aux différens sommets, ou pour un nombre infini de transversales kD, pourvu qu'elles passent toutes par un même point k.

Nous avons donné deux solutions de chacun des problèmes précédens; elles pourront faire voir la manière de procéder d'après la théorie des *transversales* et celle des *projections*.

(1) En effet, qu'on mette la figure en perspective, dans un plan parallèle aux deux droites qui vont de l'œil au sommet A du triangle et au point k, où l'une des transversales coupe la base, la figure FBDG devient alors un parallélogramme, et, par la position que prend la droite Ah, il sera facile de voir que toutes les transversales BD formeront un système de droites parallèles à FG et seront conséquemment concourantes.

ALGÈBRE.

Soit l'équation :

$$x=\cfrac{a}{b+\cfrac{c}{d+\cfrac{e}{f+\cfrac{g}{h}}}}.$$

On demande d'exprimer la valeur d'une des quantités qui composent la fraction continue, en fonction de toutes les autres quantités. (1)

On écrira successivement :

$$f+\frac{g}{h}=y; \qquad \text{d'où} \qquad x=\cfrac{a}{b+\cfrac{c}{d+\cfrac{e}{y}}}:$$

$$d+\frac{e}{y}=y'; \qquad \text{d'où} \qquad x=\cfrac{a}{b+\cfrac{c}{y'}}:$$

$$b+\frac{c}{y'}=y''; \qquad \text{d'où} \qquad x=\frac{a}{y''}.$$

S'il s'agissait de déterminer la valeur de h, dernier terme

---

(1) Cette question avait été proposée dans le 1[er] cahier du 2[me] volume de la *Correspondance*. Comme il ne nous est parvenu aucune réponse, et que d'ailleurs le sujet est intéressant, nous en avons proposé une. On trouve dans les *Annales math.* tome 1, page 261, un beau mémoire de M. *Kramp* sur les fractions continues périodiques. A. Q.

de la fraction continue; on déduirait des équations précédentes :

$$h = \frac{g}{-f+y} = \frac{g}{-f+\frac{e}{-d+y'}} = \frac{g}{-f+\frac{e}{-d+\frac{c}{-b+y''}}} = \frac{g}{-f+\frac{e}{-d+\frac{c}{-b+\frac{a}{x}}}}.$$

S'il fallait déterminer une autre quantité quelconque d, on obtiendrait de la même manière :

$$d = y' - \frac{e}{y} = \frac{c}{-b+y''} - \frac{e}{f+\frac{g}{h}} = \frac{c}{-b+\frac{a}{x}} - \frac{e}{f+\frac{g}{h}}.$$

Enfin, en généralisant ces résultats, on trouvera facilement que, pour une fraction continue quelconque de la forme,

$$x = \frac{a}{b+\frac{c}{d+\frac{e}{f+\frac{g}{h+\frac{i}{k+\text{etc.}}}}}}\text{; on aurait } f = \frac{e}{-d+\frac{c}{-b+\frac{a}{x}}} - \frac{g}{h+\frac{i}{k+\text{etc.}}}$$

L'inspection de ces formules, suffit pour faire connaître la loi de leur formation.

On pourrait s'exercer sur les questions suivantes dont la solution se présente, pour ainsi dire, d'elle-même.

1° *Résolvez l'équation* $x = \frac{a}{bx+\frac{a}{bx+\frac{a}{bx+\text{etc.}}}}$

On trouvera $x = \sqrt{\frac{a}{b+1}}$.

2°. *Construisez la courbe* $y = \cfrac{a}{bx + \cfrac{a}{bx + \cfrac{a}{bx + \text{etc.}}}}$

On trouvera que la courbe est une section conique.

Théorème de Wilson. *Si* p *désigne un nombre premier, le produit*, $1 \times 2 \times 3 \ldots p - 1$, *augmenté de l'unité, sera divisible par* p. Démonstration de M. Verhulst, docteur en sciences.

Euler a nommé *racines primitives*, des nombres, tels qu'aucune de leurs puissances moindre que $p - 1$, étant divisée par p, ne donne pour reste l'unité ou un reste déjà obtenu. Non-seulement, il a démontré l'existence de ces racines, mais il en a encore fait connaître plusieurs propriétés remarquables, dont M. *Gauss* a su tirer le parti le plus avantageux, en les employant à la résolution des équations à deux termes. Il nous suffira, pour l'objet dont nous allons nous occuper, de partir de la relation principale qui existe entre le nombre p et une quelconque n de ses racines primitives :

$$n^1 = op + n, n^2 = \mathrm{M}p + r'', n^3 = \mathrm{M}p + r''', \ldots\ldots, n^{p-1} = \mathrm{M}p + 1.$$

Les lettres n, r'', r'''......, désignant des nombres $<p$ essentiellement différents entr'eux et autres que l'unité, elles représentent tous les nombres depuis 2 jusqu'à $p - 1$. Multipliant respectivement entr'eux les premiers et les seconds membres de ces équations, il viendra

$$n^{1 + 2 + 3 + \ldots + p - 1} = \mathrm{M}p + n \times r'' \times r''' \times \ldots \times 1$$

Le terme $n \times r'' \times r''' \times \ldots \times 1$ sera le produit commun de tous les nombres, depuis 1 jusqu'à $p - 1$. Quant au premier membre, il est facile de voir que le terme $n^{1 + 2 + 3 + \ldots + p - 1}$ équivaut

à $n^{\frac{p(p-1)}{2}}$. En ajoutant, de part et d'autre, l'unité, l'équation précédente sera transformée en celle-ci :

$$n^{\frac{p(p-1)}{2}}+1=\mathrm{M}p+1\times2\times3\times\ldots\times(p-1)+1.$$

La divisibilité du second membre de cette dernière équation, sera prouvée, si l'on peut démontrer que le premier membre est de la forme $\mathrm{M}p$: or,

$$\left(n^{\frac{p(p-1)}{2}}+1\right)\left(n^{\frac{p(p-1)}{2}}-1\right)=n^{p(p-1)}-1.$$

De plus, puisque $n^{p-1}-1$ admet p pour diviseur, il faut bien que $n^{p(p-1)}-1$ l'admette également, c'est-à-dire, que $n^{p(p-1)}-1=\mathrm{M}p$, ce qui se prouve immédiatement en élevant à la puissance p les deux membres de l'équation $n^{p-1}=\mathrm{M}p+1$. Nous conclurons de ce qui précède, que

$$\left(n^{\frac{p(p-1)}{2}}+1\right)\left(n^{\frac{p(p-1)}{2}}-1\right)=\mathrm{M}p.$$

Le premier membre, étant composé de deux facteurs, il faut que l'un des deux au moins soit divisible par p. D'après la définition même des racines primitives, ce caractère ne peut appartenir à $n^{\frac{p(p-1)}{2}}-1$, puisque $\frac{p(p-1)}{2}$ ne saurait jamais égaler $p-1$ ou un multiple exact de ce nombre, en exceptant le cas où $p=2$; le premier facteur satisfera donc seul à la condition exigée.

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Méthodes faciles pour construire les sections coniques, par A. Q.

On emploie dans les arts du dessin plusieurs constructions faciles de l'ellipse au moyen du compas, qui rentrent dans le principe suivant, applicable à toutes les sections coniques : *Qu'on trace une série de cercles qui aient leurs centres en ligne droite et leurs rayons proportionnels aux distances de ces centres à un point fixe, la ligne enveloppe de ces cercles sera une sections conique*. Par exemple, on mène, par le point f, plusieurs droites Oo, Aa, Bb, etc., et l'on construit des parallèles OB, ob, $o'b'$ (fig. 12); puis, l'on décrit des circonférences qui ont leurs centres sur OA, et qui ont pour rayons les distances interceptées entre les parallèles OA et oa, ou bien entre OA et $o'a'$; ces circonférences, par leurs intersections successives, déterminent alors assez bien le contour d'une ellipse ou d'une hyperbole. Quand on veut avoir une parabole, il faut observer que nos circonférences se convertissent en droites perpendiculaires aux rayons vecteurs, menés par f, puisque les centres sont à des distances infinies. C'est la construction connue de la parabole décrite au moyen d'une équerre, dont un côté passe par le foyer, tandis que le sommet décrit une ligne droite.

On peut construire toutes les sections coniques avec l'équerre, d'après le principe suivant : *Si l'on assujettit un côté d'une équerre à passer par un point fixe, tandis que son sommet par-*

court une circonférence, les intersections successives du second côté, dans ses différentes positions, détermineront le contour d'une section conique, qui a même centre que la circonférence, et dont un des foyers est le point fixe. La section conique sera une ellipse, une hyperbole, un point ou une parabole, selon que le point rayonnant sera dans le cercle, au dehors, ou bien sur la circonférence, considérée comme ayant un rayon de grandeur finie ou infinie. Cette construction est fort expéditive; on en voit un exemple dans la figure 13; on en déduit aussi une construction facile des tangentes aux sections coniques.

On déduit de ce qui précède, que *la ligne enveloppe de toutes les circonférences qui passent par le foyer d'une section conique, et qui ont leurs centres sur la même courbe, est une circonférence de cercle, qui a pour centre l'autre foyer de la section.*

Les résultats précédens ressortent de la théorie des caustiques dont il a déjà été souvent parlé dans ce recueil. En effet, MM. *Gergonne* et *De la Rive* avaient démontré que *les rayons, partis d'un point rayonnant, deviennent perpendiculaires à une section conique, après avoir été réfractés à la rencontre d'une ligne droite.* Or, on trouve, par la théorie des caustiques secondaires, que ces mêmes rayons doivent être perpendiculaires à la ligne enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la ligne dirimante, et leurs rayons proportionnels aux distances des centres au point rayonnant. On est donc en droit de conclure l'identité de cette enveloppe et des sections coniques, sans autre démonstration. Il en est de même du second théorème : on sait que *les rayons, partis d'un foyer, se réfléchissent dans les sections coniques à l'autre foyer.* Ainsi les caustiques secondaires, pour ces courbes, sont des circonférences; car il n'y a que la circonférence qui jouisse de la propriété d'avoir pour développée un point. Or, en construisant la courbe au moyen de sa caustique secondaire et du point rayonnant, on parvient au dernier principe, énoncé plus haut.

Les physiciens démontrent, d'une manière curieuse, la

compression de l'air ; en introduisant un peu de mercure dans un tube dont on ferme une extrémité en y appliquant le doigt ; si l'on fait tourner alors autour de ce point comme centre, le tube dans un plan vertical, on observe que la colonne d'air, interceptée entre le doigt et le mercure, s'allonge ou se contracte selon la position du tube, et *le centre de gravité de la petite colonne de mercure décrit une ellipse dont le foyer est au centre de rotation, et dont le grand axe est vertical.* On déduit ce résultat, en considérant que l'air intérieur du tube est pressé par l'air extérieur, dont la force élastique peut être considérée comme une constante, et par la petite colonne de mercure qui repose sur une surface inclinée, et exerce une force qui doit être prise positivement ou négativement, selon l'inclinaison du tube, et qui devient nulle quand le tube est horizontal. On peut ranger cette génération des sections coniques parmi toutes celles que nous présente l'observation des phénomènes de la nature.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE.

Sur une application du principe des vitesses virtuelles à la mécanique. (Extrait d'un mémoire lu à l'Académie des Sciences de Bruxelles, en mars 1827 ; par M. PAGANI, professeur extraordinaire à l'Université de Louvain.)

Les équations différentielles d'une surface flexible et inextensible en équilibre, que l'on trouve à la pag. 149 du tom. Ier de la *Mécanique Analytique*, ne sont pas les plus générales que l'on puisse déduire des principes connus. Comment se fait-il que *Lagrange*, en appliquant le principe des vitesses virtuelles à cette question, n'ait pas obtenu les mêmes équations que celles que M. *Poisson* a trouvées depuis, en partant d'un autre principe, et qui sont, en effet, plus générales ? Nous allons, à ce sujet, présenter quelques développemens qui pour-

ront servir à expliquer cette singularité, ou, du moins, à exciter l'attention des géomètres.

Pour éviter des répétitions inutiles, nous adopterons toutes les notations de *Lagrange*, depuis la pag. 100, jusqu'à la pag. 149. Cela posé, les équations différentielles de la surface flexible et inextensible en équilibre, se déduiront de la formule

$$(A). \qquad \iint(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\, U dxdy = 0,$$

en égalant séparément à zéro les coëfficiens des variations indépendantes.

On peut supposer que les variations δx, δy, δz, sont toutes indépendantes, pourvu que l'on ajoute au premier membre de la formule (A) des termes de la forme $\iint \lambda \delta L$, dont le nombre dépend de la nature du système.

Dans notre hypothèse, nous avons la seule condition

$$\iint U dxdy = \text{constante};$$

d'où l'on déduit d'abord

$$(B)\ldots \qquad \delta.\, U dxdy = 0$$

Maintenant, *Lagrange* suppose que l'équation (B) ne fournit qu'un seul terme $\iint \lambda \delta L$, et il fait $\delta L = \delta.\, U dydy$. Mais nous pensons qu'ici l'auteur de la *Mécanique analytique* a trop restreint la condition du système, et qu'au lieu du seul terme $\iint \lambda \delta L$, il faut ajouter, au premier membre de la formule (A), les deux termes $\iint \lambda \frac{d.\delta L}{dx} dxdy$, $\iint \mu \frac{d.\delta L}{dy} dxdy$. En effet, nous avons, en développant l'équation (B),

$$\delta.\, U dxdy = \left\{ \delta U + U\left(\frac{d.\delta x}{dx} + \frac{d.\delta y}{dy}\right)\right\} dxdy;$$

mais on a (*Méc. Analy.*, pag. 100),

$$\delta U = \frac{dU}{dz'} \times \frac{d.\delta u}{dx} + \frac{dU}{dz_{,}} \times \frac{d.\delta u}{dy}.$$

partant

$$\delta.\mathrm{U}dxdy = \left(\frac{d\mathrm{U}}{dz'} \times \frac{d.\delta u}{dx} + \mathrm{U}\frac{d.\delta x}{dx}\right) dxdy$$

$$+ \left(\frac{d\mathrm{U}}{dz_{,}} \times \frac{d.\delta u}{dy} + \mathrm{U}\frac{d.\delta y}{dy}\right) dxdy.$$

Le second membre de cette équation, étant égalé à zéro, donnera nécessairement les deux suivantes :

$$\text{(C)} \qquad \frac{d\mathrm{U}}{dz'} \times \frac{d.\delta n}{dx} \times \mathrm{U}\frac{d.\delta x}{dx} = o,$$

$$\text{(D)} \qquad \frac{d\mathrm{U}}{dz_{,}} \times \frac{d.\delta u}{dy} + \mathrm{U}\frac{d.\delta y}{dy} = o;$$

puisque les variables x et y sont indépendantes.

Ainsi, au lieu d'une seule équation de condition, comme *Lagrange* l'a pratiqué, nous avons les deux dernières, que l'on doit considérer comme les véritables conditions du système, résultantes de l'invariabilité de l'aire totale de la surface.

Multiplions enfin l'équation (C) par $\lambda dxdy$; l'équation (D) par $\mu dxdy$, et ajoutons, au premier membre de la formule (A), l'intégrale totale des produits; nous aurons, pour l'équilibre de la surface,

$$o = \iint (\mathrm{X}\,\delta x + \mathrm{Y}\delta y + \mathrm{Z}\delta z)\,\mathrm{U}dxdy$$

$$+ \iint \left(\frac{d\mathrm{U}}{dz'} \times \frac{d.\delta u}{dx} + \mathrm{U}\frac{d.\delta x}{dx}\right) \lambda dxdy$$

$$+ \iint \left(\frac{d\mathrm{U}}{dz_{,}} \times \frac{d.\delta u}{dy} + \mathrm{U}\frac{d.\delta y}{dy}\right) \mu dxdy.$$

Cette équation, étant traitée d'après les méthodes connues, conduira directement aux équations que M. *Poisson* a trouvées

le premier; et, si l'on suppose $\mu = \lambda$, on retombera sur celles de *Lagrange*, qui ne sont, comme on le voit, qu'un cas particulier des premières.

Louvain, le 9 juin 1827.

Mémoire, dont l'objet principal est de développer cette idée de Carnot, que « *les propriétés mécaniques du* centre de gravité, *doivent être simplement déduites de celles qu'il est possible d'établir par la seule géométrie.* » Par M. Gerono, professeur des pages du roi de France.

Je commence par un exposé rapide des propositions qui me seront utiles : le lecteur suppléera facilement aux détails que je négligerai.

N° 1. *Soient* $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$, *des points au nombre de* n, *donnés de position dans l'espace; $F^{\cdot}$ le centre des moyennes distances de* $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$; *et* F', P'_1, P'_2, ... P'_n, *les projections de* $F^{\cdot}$; $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$ *sur un plan quelconque :* F' *sera le centre des moyennes distances de* P'_1, P'_2, ... P'_n.

Car la distance de F', à une droite quelconque OX, tracée dans le plan de projection, sera moyenne entre les distances de P'_1, P'_2, ... P'_n, à cette droite, puisque les perpendiculaires abaissées de F', P'_1, P'_2, ... P'_n sur OX sont évidemment égales aux perpendiculaires abaissées de F, P_1, P_2, ... P_n, sur un plan mené par OX, perpendiculairement au plan de projection.

Si les projections d'un point F sur deux plans non parallèles, sont les centres des moyennes distances des projections de $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$ *sur les mêmes plans, F sera le centre des moyennes distances de* $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$; car, d'après ce qui précède, les projections de $F^{\cdot}$ doivent coïncider avec celles du centre des points $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$.

On voit de même que, si F'', P''_1, P''_2, ... P''_n représentent les projections de $F^{\cdot}$, $P^{\cdot}_1$, $P^{\cdot}_2$, ... $P^{\cdot}_n$ sur une droite quelconque OX; F'' sera le centre des moyennes distances de P''_1, P''_2 ... P''_n : car les distances de F'', P''_1 ... P''_n à un point quelconque O, pris sur OX, sont égales aux distances de F, P_1,

P_2', ⋯ P_n' à un plan mené par ce point O, perpendiculairement à l'axe OX.

Observons de plus, que les distances du point O aux points F'', P_1'', ⋯ P_n'' ne sont autre chose que les projections de OF, OP_1, ⋯ OP_n, sur OX. Nous en conclurons que,

N° 2. *Si l'on projette sur un axe rectiligne, les droites menées d'un point de l'espace aux différens points d'un système et à leur centre de moyennes distances, la projection de la droite, menée au centre, est toujours moyenne entre les projections des droites menées à tous les autres points du système* (1).

Enfin, d'un autre point M, pris encore arbitrairement dans l'espace, abaissons sur les droites OF, OP_1, OP_2, ⋯ OP_n, les perpendiculaires MF', MP_1' ⋯ MP_n'; en multipliant respectivement les lignes OF, OP_1 ⋯ OP_n, par les segmens OF', OP_1', ⋯ OP_n', déterminés sur leurs directions, on obtient des produits dont telle est la dépendance, *que celui formé sur OF, sera moyen entre tous les autres.*

Car les produits $OF \times OF'$, $OP_1 \times OP_1'$, $OP_2 \times OP_2'$, etc., sont égaux aux projections de OF, OP_1, OP_2, etc., sur OM, multipliées chacune par la distance OM, et l'on sait que la projection de OF est moyenne entre celle de OP_1, OP_2, etc.

Lorsque les lignes OF, OP_1, OP_2, ⋯ OP_n, sont situées dans un même plan, en abaissant sur leurs directions les perpendiculaires MF', OP_1', ⋯ OP_n', d'un point M, pris dans leur plan ; le produit $OF \times MF'$ est moyen entre les produits $OP_1 \times MP_1'$, $OP_2 \times MP_2'$, etc.

En effet, ces différens produits sont proportionnels aux surfaces triangulaires MOF, MOP_1, MOP_2, ⋯ MOP_n; ces triangles sont entr'eux comme les perpendiculaires abaissées de leurs sommets F', P_1, P_2, ⋯ P_n sur leur base commune MO, et la perpendiculaire abaissée du centre F' est moyenne entre les per-

(1) On doit prendre en signe contraire, les projections qui tombent de différens côtés du point O ; en signe positif, celles de même sens que la projection de OF.

pendiculaires abaissées des points P_1, P_2, $\cdots P_n$ sur la même droite.

De là on peut conclure cette proposition générale :

N° 3. *Si d'un point quelconque O, on mène des lignes droites à différens points $P'_1 \cdots P_n$, situés dans l'espace, et à leur centre de moyennes distances F', si l'on multiplie ensuite les plus courtes distances de ces lignes à un axe quelconque YY', par leurs projections sur un plan perpendiculaire à cet axe, le produit correspondant à la ligne OF, menée au centre, est encore moyen entre les autres produits.*

Car les projections O'F', $O'P'_1$, $O'P'_2 \cdots O'P'_n$ de OF, OP_1, OP_2, $\cdots OP_n$ donnent sur un plan des lignes menées d'un point quelconque O' aux différens points P'_1 $P'_2 \cdots P'_n$ d'un système et à leur centre F' de moyennes distances (n° 1); d'un autre côté, les plus courtes distances de OF, OP_1, $\cdots OP_n$, à l'axe YY', sont égales aux perpendiculaires, menées à ces projections du point auquel l'axe YY', rencontre le plan qui les renferme (1). Donc la proposition n'est qu'un corollaire de la dernière proposition du numéro précédent.

N° 4. Les théorèmes des n° 2 et 3 conduisent aux propriétés suivantes :

Soient F le centre des moyennes distances de P'_1, P'_2, $\cdots P'_n$; O un point quelconque : 1° *La somme des projections de OP_1, OP_2, $\cdots OP_n$, sur tous les axes, qui font avec OF des angles égaux, est constante.*

2° *Cette somme devient un* maximum *lorsque l'axe de projection est parallèle à OF; elle est nulle lorsque cet axe est perpendiculaire à OF.*

3° *La somme des projections de FP_1, $\cdots FP_n$, sur un axe quelconque, est toujours nulle.*

Cela résulte immédiatement de la relation qui existe entre les projections de OP_1, $\cdots OP_n$ et celle de OF (n° 2).

---

(1) On ne doit pas oublier que l'axe YY' est supposé perpendiculaire au plan des projections.

4° Réciproquement. *Si F est un point tel que la somme des projections de $FP_1, \cdots FP_n$ sur un axe rectiligne quelconque, soit toujours nulle, F sera le centre des moyennes distances de $P_1, P_2, \cdots P_n$*; car il est facile de voir que, dans cette supposition, la somme des distances des points $P_1, P_2 \cdots P_n$ à un plan quelconque, mené par F, sera toujours nulle, puisque ces distances ne sont autre chose que les projections de $FP_1, \cdots FP_n$, sur un axe mené par F perpendiculairement au plan que l'on suppose passer par ce point.

5° *Soient $P'_1, P'_2, \cdots P'_n$, les pieds des perpendiculaires, abaissées d'un point quelconque M sur $FP_1, FP_2, \cdots FP_n$, on aura :*

$$FP_1 \times FP'_1 + FP_2 \times FP'_2 + \cdots\cdots + FP_n \times FP'_n = 0;$$

Car cette équation résulte du second théorème du n° 2, lorsqu'on suppose que le point O venant à coïncider avec F, OF devient nul.

Réciproquement. *Si F a une position telle, qu'en abaissant d'un point quelconque M, les perpendiculaires $MP'_1, MP'_2 \cdots MP'_n$ sur $FP_1, FP_2 \cdots FP_n$, on ait toujours.*

$$FP_1 \times FP'_1 + FP_2 \times FP'_2 + \cdots + FP_n \times FP'_n = 0,$$

F sera le centre des moyennes distances de $P_1, P_2, \cdots P_n$.

(En effet, les produits $FP_1 \times FP'_1, FP_2 \times FP'_2$, etc., étant respectivement égaux aux produits de la droite FM, par les projections de FP_1, FP_2, etc. sur FM, l'équation $FP_1 \times FP'_1 +$ etc. $= o$, montre que la somme des projections de $FP_1, \cdots FP_n$, sur une droite quelconque, est nulle. Donc, le point F est le centre de $P_1, P_2, \cdots P_n$. (N° 4, 4°.)

6° Soient $P_1, P_2, \cdots P_n$ des points situés sur un plan; F leur centre de moyennes distances; M et O deux points quelconques du même plan; enfin, $MF', MP'_1, \cdots MP'_n$, les perpendiculaires abaissées de M sur $OF, OP_1, \cdots OP_n$; nous avons vu (n° 2) qu'on avait :

$$OF \times MF' \times n = OP_1 \times MP'_1 + \cdots\cdots + OP_n \times MP'_n.$$

Lorsque le point O coïncide avec F, la droite OF devenant nulle, le premier membre de cette équation se réduit à zéro; donc,

$$FP_1 \times MP'_1 + FP_2 \times MP'_2 + \cdots + FP_n \times MP'_n = o.$$

Et RÉCIPROQUEMENT, *si F a une position telle qu'on ait toujours cette dernière équation, quel que soit M, le point F sera le centre des moyennes distances de* $P_1, P_2, \cdots P_n$.

Car, les produits $FP_1 \times MP'_1$, $FP_2 \times MP'_2$, etc., étant égaux aux produits de FM, par les perpendiculaires abaissées de P_1, P_2, ···etc., sur cette ligne, il faut, d'après l'équation supposée, que la somme de ces perpendiculaires soit nulle, quelle que soit la position de FM; par conséquent, F sera le centre de P_1, P_2, ···P_n.

7° En représentant, par $d, d_1, d_2 \cdots d_n$, les plus courtes distances de OF, OP_1, OP_2, ···OP_n, à un axe quelconque XY; et, par $b, b_1, b_2, \cdots b_n$, les projections de OF, OP_1, OP_2, ···OP_n, sur un plan perpendiculaire à XY, nous avons vu (n° 3), qu'on avait $b \times d \times n = b_1 d_1 + b_2 d_2 + \cdots + b_n d_n$. Lorsque XY rencontre OF, $d = o$; lorsque XY est parallèle à OF, $b = o$; ainsi, dans ces deux cas,

$$d_1 \times b_1 + b_2 \times d_2 + \cdots + b_n \times d_n = o.$$

Si l'on suppose que le point O coïncide avec F, la droite FO deviendra nulle; et il en sera de même des lignes b, d; par conséquent : *la somme des plus courtes distances de* $FP_1, \cdots FP_n$, *à un axe quelconque XY, multipliées respectivement par les projections de* $FP_1, \cdots FP_n$, *sur un plan perpendiculaire à cet axe, est toujours nulle.*

La réciproque est encore vraie.

N° 5. On peut observer que *le centre des moyennes distances des extrémités A, B, C, des trois arêtes contigues d'un parallélipipède, est situé sur la diagonale OD (fig. 14), en un point F,* au tiers *de la longueur de cette diagonale.*

En effet, pour obtenir le centre des moyennes distances de A, B, C, il faut prendre le milieu M de AB; joindre M et C, et prendre le tiers de MC. Or, les lignes OK, CD étant égales et parallèles, il est facile de voir que OD, MC se coupent en un point F, de manière qu'on a : $MF = \frac{MC}{3}$, $OF = \frac{OD}{3}$; ce qui assigne au centre F la position énoncée.

Il suit delà, et de ce qui a été démontré précédemment :

1° Que *la projection de la diagonale OD, sur un axe quelconque, est égale à la somme des projections de OA, OB, OC, sur le même axe.*

2° Que la plus courte distance de la diagonale OD, à un axe quelconque, multipliée par sa projection sur un plan perpendiculaire à cet axe, est égale à la somme des plus courtes distances des arêtes OA, OB, OC, au même axe, multipliées respectivement par leurs projections, sur le plan qui lui est perpendiculaire.

N° 6. *Lorsque deux droites, OF, OF′, sont perpendiculaires, (fig. 15), la somme des projections de l'une sur les trois axes rectangulaires OX, OY, OZ, multipliées respectivement par les projections de l'autre sur les mêmes axes, égale zéro.*

Car on peut considérer OF comme la diagonale d'un parallélipipède rectangle, dont les arêtes OK, OG, OH, coïncident avec les axes OZ, OY, OX.

Le centre des moyennes distances des points K, G, H, sera situé sur OF (n° 5); et, si l'on abaisse du point F′ les perpendiculaires F′K′, F′H′, F′G′, sur les directions OK, OH, OG, la somme des produits $OK \times OK'$, $OH \times OH'$, $OG \times OG'$, sera égale à trois fois le produit semblable, relatif à la ligne OF, qui contient le centre des points K, F, G (n° 2, 2ᵉ théorème); or, ce dernier produit est nul, puisque l'angle F′oF étant droit, la projection de OF sur OF′ est nulle, donc, etc.

Réciproquement. *Lorsque la somme* $Ok \times Ok' + OH \times OH' + OG \times OG'$ *est nulle, l'angle FOF′ est droit.*

En effet, dans cette supposition, la ligne OF multipliée par

le segment qui lui correspond est nulle, ce qui exige que le segment soit nul, c'est-à-dire, que l'angle F'OF soit droit.

Si la ligne OF était située dans le plan de deux des axes, par exemple, dans le plan ZOY, il suffirait que $OK \times OK' + OG \times OG' = o$ pour que l'angle FOF' fût droit, car le troisième produit $OH \times OH'$ serait nul de lui-même.

(La suite au prochain numéro.)

Sur les vitesses des billes élastiques après le choc.

Nous avons reçu de M. *Tandel*, régent au collége d'Echternach, un mémoire *sur les formules relatives aux vitesses des billes élastiques après le choc*. L'auteur se plaint de n'avoir trouvé nulle part de semblables formules; il est vrai qu'on emploie ordinairement la considération des vitesses initiales dont M. *Tandel* ne fait point usage; mais il est facile de faire disparaître ces quantités au moyen de leurs valeurs exprimées en fonction des masses et des forces. Quoiqu'il en soit, ce mémoire présente des développemens utiles, et nous regrettons que son étendue ne nous permette pas de le faire connaître à nos lecteurs.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

ASTRONOMIE.

Descriptions de quelques uns des principaux observatoires d'Allemagne, communiquées par M. Lohrmann, astronome à Dresde; trad. par A. Q.

OBSERVATOIRE DE KOENINSBERG.

Ce monument est situé sur un des points les plus élevés des remparts, au nord-ouest de la ville (planche IV.) Le terrain sur lequel il est placé, appartient à une colline naturelle; c'était l'ancien bord du Prégel, qui maintenant coule à une distance de 180 verges; le plateau est à 67,9 pieds du Rhin d'élévation au dessus des moyennes eaux.

A cette hauteur, l'horizon autour de Kœnigsberg est entièrement découvert; seulement quelques bâtimens de la ville et une colline éloignée, garnie de bois, enlèvent dans le voisinage de l'horizon, une si faible partie de la vue, qu'il n'est guères probable que l'on puisse perdre une seule observation. Le bâtiment est construit de manière à pouvoir observer vers tous les points du ciel. On peut voir la perspective de sa partie extérieure, prise du côté nord-est, dans la figure (A).

La partie inférieure de l'observatoire, dont nous exposons le plan, est uniquement consacrée aux recherches scientifiques. La salle de l'ouest contient les instrumens méridiens; deux percées permettent à la vue de parcourir sans obstacle tous les

points du ciel, depuis la partie méridionale de l'horizon jusqu'à la partie septentrionale; en *a* se trouve le cercle, en *b* la lunette méridienne, et en *c* la pendule. Chaque percée est garnie de deux trappes, et sur les côtés, de deux volets qui peuvent s'ouvrir séparément, et qui garantissent autant que possible les instrumens et l'observateur de l'influence de vents coulis. Les instrumens reposent sur deux piliers de granit qui sont établis avec soin et à une grande profondeur. Le sol de cette salle est garni de carreaux recouverts de tapis.

Deux portes conduisent de cette salle dans deux autres voisines, qui sont consacrées aux observations que l'on fait avec les instrumens mobiles. Ces salles communiquent entre elles par une porte assez grande pour permettre de faire passer commodément les instrumens de l'une dans l'autre; elles débordent aussi le reste du bâtiment du côté du sud et du côté du nord. On trouve, dans chacune d'elles, une fenêtre vers l'est et une autre vers l'ouest; et l'une a de plus une fenêtre vers le sud et l'autre, une vers le nord. La hauteur de ces fenêtres, calculée à partir du sol est de 12 pieds et demi; et leur largeur de 4 et de 6 pieds. Elles sont partagées par le milieu et construites de manière à pouvoir glisser dans une direction verticale, on les retient à la hauteur qu'on désire au moyen de contrepoids, et on peut même les abaisser dans leurs appuis. Par cette construction, et par des volets qui se meuvent horizontalement, l'observateur a la faculté de se ménager dans quelle direction que ce soit, une petite ouverture strictement nécessaire pour l'observation, et il met ainsi son instrument à l'abri de l'influence souvent nuisible des vents. On peut aussi, par un temps calme, découvrir entièrement le ciel et abaisser les deux parties de la fenêtre. La hauteur des fenêtres permet d'observer des astres même très-élevés, mais afin de pouvoir apercevoir encore ceux qui avoisinent le zénith, on a pratiqué dans les toits des deux salles, des ouvertures carrées de 4 pieds de côté. Comme d'ailleurs ces trois salles de l'observatoire ont leur partie supérieure couverte en cuivre et garnie d'une balustrade de fer, de manière à former une espèce de balcon, il devint si facile d'ouvrir

par en haut les trappes qui ferment les dernières ouvertures, qu'il aurait été inutile pour le petit nombre de circonstances dans lesquelles on doit en faire usage, d'y adapter tout exprès des tours, comme aux trappes de la lunette méridienne. On a mis des planchers dans les deux dernières salles ; cependant, on a placé des plateaux de marbre devant les fenêtres, pour donner aux instrumens une position plus stable.

La salle du sud correspond, par un escalier de cinq marches, avec le cabinet de travail des astronomes ; et celle du nord communique avec un auditoire ; près de l'une d'elles se trouve un cabinet de repos. Outre ces chambres, on trouve encore à l'étage inférieur une antichambre et une chambre pour le concierge. Le haut est occupé par les familles des astronomes, et les souterrains servent aux domestiques et à différens usages. Deux bâtimens situés plus bas, et qui ne gênent point la vue, sont destinés, l'un à servir de foyer, et l'autre de demeure au gardien de nuit de l'observatoire. Un jardin environne le tout.

(On sait que ce monument scientifique est dirigé par le célèbre astronome *Bessel*.)

OBSERVATOIRE DE SEEBERG.

Cet observatoire est situé sur le Seeberg, à une demi-lieue de Gotha ; les quatre faces sont dirigées vers les points cardinaux ; et à la partie nord-ouest de l'édifice, se trouve la demeure du directeur. On a projeté de construire une aile semblable du côté nord-est, mais on n'en a pas encore commencé la construction.

Dans l'observatoire,

a et *b* forment la bibliothéque, *c* est la salle d'observation ; on y trouve,

a' Un instrument des passages anglais de 6 pieds de longueur ;

b' Un cercle également anglais.

L'observatoire posséde encore un héliomètre construit à Mu-

nich, un théodolite de *Reichenbach*, un instrument parallactique, des quarts de cercle muraux et des télescopes.

Le professeur *Encke* crut remarquer, en 1822, un petit dérangement dans l'instrument des passages, occasionné par les grandes chaleurs de l'été et les froids rigoureux de l'hiver.

Les fondemens de l'observatoire reposent sur une roche calcaire, qui plus loin passe au grès.

OBSERVATOIRE DE MUNICH.

L'observatoire de Bogen-Hausen, près de Munich, est situé sur la rive élevée de l'Isar. Il domine un peu les plaines voisines, et la vue peut s'étendre librement sur les environs. Il est du reste exactement orienté.

a Est la bibliothèque;

b La salle d'observation. On y trouve

a' Le cercle méridien de *Reichenbach*;

b' Le grand cercle de *Reichenbach*.

Il est entouré de quatre piliers de pierre, qui sont assujettis par le haut, au moyen de fortes bandes de fer. Au milieu de ces bandes, tourne l'axe du cercle.

c' L'instrument des passages, de 5 pieds et demi de distance focale.

d' Deux pendules.

Tous ces instrumens reposent sur un grand massif formé de pierres de taille et de briques, qui descend en terre de 12 à 15 pieds, et qui est éloigné de plusieurs pieds de tous les murs extérieurs. Les assises de pierre inférieures sont entourées de sable.

La ligne ponctuée *e* désigne, sur le plan, le contour de ce massif.

Sur le faîte du bâtiment s'élèvent encore deux coupoles qui sont projetées sur le plan, en α et β; elles ont des toits tournans et servent principalemeut à recevoir des instrumens mobiles. (Extrait des *notes d'un voyage à Munich*, *en* 1822, communiqué par W. G. Lohrmann).

OBSERVATOIRE DE GOETTINGUE.

L'observatoire est bâti sur un terrain uni, devant la porte méridionale de la ville. Les instrumens sont placés si bas que, dans les jardins voisins, on a dû abattre des arbres pour laisser la vue libre vers la mire de l'instrument des passages, qui se trouve à une assez grande distance. Cette mire est une petite pyramide située dans la direction de l'horizon.

L'observatoire tourne ses faces vers les points cardinaux.

a Sert de dépôt pour différens petits instrumens mobiles;

b Est la salle particulièrement destinée aux observations;

a' Est le cercle méridien;

b' L'instrument des passages;

c' La pendule;

c Est une antichambre, d'où l'on passe par un escalier à la coupole du toit.

d Renferme plusieurs instrumens anciens, tels qu'un quart de cercle mural, etc., qui sont employés à enseigner l'observation aux élèves.

e Sert de dépôt aux télescopes et aux autres instrumens dont l'astronome *Schrœter* a fait usage de son vivant.

f Est une coupole destinée à recevoir une forte lunette parallactique. Cependant on n'a pas encore pris de décision à cet égard.

Le massif sur lequel sont établis le cercle méridien et l'instrument des passages, est en pierres de taille et descend dans le sol à la profondeur de 10 à 12 pieds. Les assises sont disposées avec le plus grand soin et sont recouvertes à leur partie supérieure, par de grandes pierres qui s'étendent sur toute la largeur du plateau; de manière que les piliers qui portent l'instrument des passages et le cercle méridien sont dressés sur une seule de ces pierres. Mr le conseiller *Gauss* me rappela à ce sujet que Mr *Bessel*, à Kœnigsberg, avait remarqué un enfoncement inégal des piliers qui n'étaient point dressés sur une seule et même pierre.

Le bâtiment de l'observatoire est entouré d'une terrasse qui est disposée en jardin fort agréable, autour duquel on a placé une balustrade en fer.

(J'ai cru que ces notices offriraient quelqu'intérêt dans un moment où l'on s'occupe de construire, à Bruxelles, un observatoire que réclamaient depuis long-temps dans nos provinces les besoins de la science et la dignité d'un gouvernement généreux, auquel les sciences et les arts doivent déjà tant d'institutions utiles. Je ferai connaître encore quelques autres observatoires de premier rang, et j'espère pouvoir faire figurer dignement parmi eux l'observatoire de Bruxelles, dont je donnerai également le plan. Les recherches que j'ai faites sur ce sujet depuis plusieurs années, et les renseignemens que je dois à l'obligeance de quelques astronomes célèbres, m'aideront à remplir cette promesse. Je serai cependant forcé d'omettre une foule de petits détails, qui ne pourraient être compris que par les astronomes mêmes, et qui ne tendraient qu'à montrer la difficulté de construire un bon observatoire et les précautions sans nombre auxquelles on doit avoir égard, quand on veut rendre ses travaux utiles. J'ai accepté avec reconnaissance l'honorable commission que S. M. le Roi des Pays-Bas a bien voulu me donner de lui présenter les premiers plans et de me charger de la partie scientifique; j'avais vivement sollicité cette faveur depuis près de six ans (1), sans offrir à la vérité d'autres garanties qu'un zèle ardent, qu'un amour passionné pour une science qui n'avait jamais eu de temple dans nos provinces méridionales. Je sens parfaitement la responsabilité que je contracte devant la nation et la science; mais elle ne fait qu'accroître mon zèle, qui est soutenu d'ailleurs par les encouragemens de plusieurs savans que j'honore, par la bienveillance des hauts fonctionnaires de l'instruction publique et par celle de la régence de la ville de Bruxelles.) A. Q.

---

(1) Voyez page 67 du vol. 1. *correspondance math.*

Sur une nouvelle nébuleuse.

Une brochure de Mr *Cacciatore*, sur l'*origine du système solaire*, imprimée à Palerme en 1826, renferme (p. 18) l'annonce d'une découverte remarquable, sur laquelle on doit désirer plus de détails. « J'ajoute à ces exemples, dit l'auteur, la fort belle nébuleuse de la constellation du Télescope, que j'ai vue pour la première fois le 19 mars 1825. Dans le lieu même où je l'ai aperçue, *La Caille*, étant au Cap de Bonne-Espérance, le 4 avril 1752, observa seulement son étoile 1483 C. A., et n'en vit aucune autre. *Piazzi* observa dans ce même lieu, en 1794 et 1801, l'étoile de *La Caille*, et il n'en signale aucune autre. Moi-même en 1809 et 1810, je n'ai rien vu de plus; mais, le 19 mars 1826, je fus frappé de l'aspect de cette belle nébuleuse, trop brillante pour n'être pas remarquée. Elle est ronde, du diamètre d'une minute et demie. Lorsqu'on fixe son œil sur elle, on aperçoit de temps en temps au travers de cette nébuleuse, dont la densité s'accroît vers le centre, un point lumineux, son ascension droite est de 268.° 48′, et sa déclinaison australe de 43.° 47′.

Sur les taches du soleil.

Mr *Capocci* et le chev. *de Biela*, ont remarqué une liaison entre l'état des taches de cet astre et le voisinage des grandes comètes. Le dernier dans une lettre à Mr *Schumacher*, datée de Naples, 30 novembre 1826, ajoute : « Je crois du reste, pouvoir affirmer avec confiance, d'après mes propres observations, que lorsque les taches se forment et vont en croissant sur la surface du soleil, il y a sur la terre une chaleur extraordinaire ».

— On trouve dans l'*Antologia* du mois de janvier 1827, *Metodo e tavole* etc., Méthode et table pour construire une éphéméride des occultations des étoiles fixes derrière la lune, par *Jean Inghirami*, des Écoles Pies de Florence (Journ. de *Schumacher*).

PHYSIQUE.

Réponse du rédacteur à la lettre de M. Hachette, *sur une nouvelle expérience sur la combinaison du choc de l'air ou de l'eau avec la pression atmosphérique.* (Voyez le cahier précédent, page 24.)

J'ai reçu avec reconnaissance les résultats de vos recherches sur *la combinaison du choc de l'air ou de l'eau avec la pression atmosphérique;* je me suis empressé de répéter l'expérience avec l'appareil fort commode que vous indiquez, et j'ai pleinement réussi. (Je l'ai montrée depuis dans mes leçons publiques au Musée de Bruxelles.) Ayant eu occasion d'en parler à M. *Lipkens,* inspecteur du cadastre dans notre royaume, il m'a fait part de quelques observations qui m'ont paru curieuses, et qui ne sont peut-être pas indignes de votre attention.

Quand on dirige un courant d'air perpendiculairement ou obliquement sur une surface plane, l'air chassé de cette manière ne se réfléchit pas sur lui-même, mais glisse le long du plan et entraîne avec lui les petits corps légers qui se trouvent sur son passage ou dans son voisinage. Ainsi la flamme d'une bougie allumée, et placée devant une surface plane, se dirige vers le point où l'on souffle. En répétant cette expérience de différentes manières, j'ai remarqué que si l'on transporte la flamme parallèlement au plan contre lequel on souffle, elle finit par prendre une direction perpendiculaire à ce plan, puis elle devient encore oblique, mais dans un sens opposé, et finirait par lui devenir à peu près parallèle. Si l'on place la flamme sur le prolongement même du plan, elle est chassée avec rapidité dans la direction de cette surface : il est aussi à remarquer que la couche d'air chassée par le courant semble contracter une adhérence très-forte avec le plan, et qu'elle a une épaisseur d'abord fort mince, puis, qu'elle prend plus d'expansion; si elle

vient à rencontrer un second plan formant un angle dièdre, droit ou obtus avec le premier, le courant se transmet encore en glissant le long de cette seconde surface; quand l'angle est aigu, le courant suit plus particulièrement la direction de l'arête, et quand l'angle est de plus de 180°, le courant se transmet dans la direction du premier plan sans passer sur le second. Ceci peut rendre compte du vent qu'on éprouve quelquefois dans les appartemens, quand on est assis contre l'arête saillante d'une cheminée, ou de la manière dont fument quelques cheminées selon la disposition des toits sur lesquels elles s'élèvent.

Puisque les couches d'air sont entraînées par un courant qui a un mouvement rapide, j'ai essayé de substituer à une couche d'air un feuillet de papier percé d'un trou, à travers lequel j'ai fait passer le tuyau d'un soufflet, et j'ai vu aussitôt le papier se porter rapidement contre un plan qu'on présentait même à une distance de 12 à 15 lignes. On demandera peut-être pourquoi la présence du plan devient nécessaire; j'observerai qu'effectivement le phénomène a lieu sans le plan, mais d'une manière peu prononcée, et seulement dans le voisinage du courant (1); qu'il devient infiniment plus sensible, quand le courant, en se répandant sur une grande surface, tend à mettre en mouvement avec lui toutes les parties du feuillet qui lui sont opposées.

Si maintenant à un feuillet de papier mobile, on substitue une plaque fixe de cuivre ou de fer blanc, en donnant de la mobilité au petit plan opposé, cette dernière surface ne sera portée sur celle qui lui est parallèle que pour autant qu'elle

---

(1) En faisant un petit ajutage mobile et cylindrique ou même évasé, il est emporté par le courant. De petites lames de papier, à travers lesquelles passait le tuyau du soufflet, ont été également emportées. Pour étudier le mouvement de l'air contre un plan, M. *Lipkens* me disait avoir employé avec succès la fumée d'encens brûlé dans de petits baquets placés contre le plan qui servait aux expériences.

en sera peu éloignée, comme dans l'expérience de MM. *Clément* et *Thénard*. Pour étudier les mouvemens de l'air entre deux surfaces qui ont une distance plus grande que celle à laquelle le phénomène de l'adhérence se manifeste, j'ai rendu fixes les deux plaques entre lesquelles je soufflais. J'ai été étonné de voir qu'alors la flamme d'une bougie n'était chassée que d'une manière à peine sensible dans le prolongement de la plaque contre laquelle je soufflais, quand celle-ci débordait de quelques pouces celle qui lui était opposée. Il se produisait alors un mouvement composé. Pour mieux l'observer, j'ai répandu successivement un sable très-fin sur l'une et l'autre des deux plaques, comme pour les expériences de *Chladni* sur les lames vibrantes. J'ai remarqué que le sable s'amassait sur les bords de la plaque circulaire attachée au tuyau du soufflet et autour de l'ouverture par laquelle passait le courant d'air, de manière qu'il se dessinait une circonférence concentrique à celle de la plaque et d'un rayon beaucoup moindre. Sur le disque opposé, le sable était repoussé et se rangeait circulairement autour du point sur lequel était dirigé le courant; la circonférence formée était cependant moins grande que celle des deux plaques en présence, ce qui semblait montrer qu'il se formait un seul courant de la combinaison des deux autres, dont l'un provenait d'une partie de l'air qui était soufflé, et le second d'un peu d'air extérieur qui affluait entre les plaques. Ce mouvement devenait assez visible, en mettant entre les plaques quelques duvets; il se formait aussitôt autour du courant et parallèlement aux plans, une espèce de couronne qui prenait un mouvement révolutif fort rapide; de manière qu'après quelques instans, le duvet était tressé en fil très-mince. J'ai remarqué qu'on peut produire les mêmes effets sur un seul plan, mais ils sont moins prononcés. Ces mouvemens de l'air entre des plaques fixes, sont assez remarquables, et il serait peut-être intéressant de déterminer la distance à laquelle ils cessent d'exister, pour faire place au courant d'air qui seul remplit l'intervalle des deux plaques, quand commence à se manifester l'adhérence, d'après l'explication de M. *Clément*.

Extrait d'une lettre *sur une nouvelle expérience* de M. Clément.

M. *Clément* a lu hier, à la Société Philomatique, une lettre fort intéressante sur une réduction de cuivre dans une chaudière de ce métal, contenant des dissolutions saturées d'acétate et de sulfate de cuivre. Le métal réduit s'était moulé sur le pourtour de la chaudière, à partir du fond, sur une épaisseur qui m'a paru d'un millimètre au moins, et sur une hauteur d'un décimètre. Cette feuille de tôle avait pris naissance sur la jonction des parois verticales et du fond horizontal de la chaudière. Son bord intérieur est lisse, et le bord supérieur dentelé, de manière que ce dernier bord peut être considéré comme l'arête d'un cristal, qui attend de nouvelles molécules cristalliques.

Paris, le 17 juin 1827.

MÉTÉOROLOGIE.

Grêle extraordinaire tombée à Maestricht.

Le 3 août, à la suite de quelques jours de chaleur excessive, un orage s'annonce à 7 heures du soir. Les nuages orageux sont très-élevés et s'avancent du sud-ouest au nord-ouest. On n'entend pas de forts éclats de tonnerre, mais un roulement continu; les éclairs se succèdent presque sans interruption. Les personnes qui ont observé le ciel au commencement de l'orage, ont remarqué dans les nuages, d'une teinte extrêmement sombre, un mouvement particulier, par lequel ils semblaient se replier rapidement et à plusieurs reprises sur eux-mêmes et s'entremêler. Bientôt des masses de glace viennent frapper la terre, nous en avons ramassé dont le diamètre avait jusqu'à 6 pouces (centimètres); on assure qu'il en a été vu de bien plus considérables. Nous avons examiné plusieurs de ces

grêlons; leur forme n'était pas moins remarquable que leur grosseur. La plupart étaient à peu près sphériques; d'autres étaient plus ou moins aplatis; leur grand diamètre était quelquefois le double du petit. La surface des plus gros grêlons était hérissée de fortes aspérités, dont quelques-unes avaient au delà d'un pouce (centimètre) de saillie; les petits avaient la plupart une surface lisse. L'intérieur des grains offrait la structure la plus étonnante. Une suite de couches composées alternativement d'une glace transparente et d'une glace opaque, formaient autant de sphères concentriques d'une régularité parfaite. Ces couches différaient beaucoup en épaisseur dans les divers grêlons: dans les uns, elles se succédaient à des intervalles égaux de 1 à 2 lignes (millimètres), et remplissaient tout le grain; dans les autres, l'espacement était variable, la couche de glace transparente avait quelquefois au delà d'un pouce (centimètre) d'épaisseur, et alors on y remarquait des rayons de glace opaque, divergeant du centre commun des sphères. Enfin, la coupe de ces grêlons rappelait exactement l'idée de certaines agathes zonaires.

Trois orages successifs commencèrent par verser de la grêle avant qu'il tombât de la pluie. A chaque reprise, les grêlons étaient moins gros, quoiqu'encore d'une dimension extraordinaire; mais ils étaient plus abondans, surtout la seconde fois. A chaque chute aussi, les masses qui tombaient les premières étaient les plus grosses; les suivantes diminuaient graduellement d'épaisseur.

On se figure aisément les dégâts causés par ces glaçons, qui descendaient par une chute oblique et dirigée à peu près du sud-ouest au nord-est, sur toute la zône exposée à leurs ravages, et les villes de Maestricht, de Tongres, de S[t].-Tronc, etc., y étaient comprises. Dans notre province, des milliers de vitres furent cassées; des tuiles et des ardoises furent brisées sur les toits; beaucoup d'arbres furent blessés au point que sur quelques-uns on ne reconnaissait plus les végétaux qu'ils avaient portés.

La grêle tombée à plusieurs autres époques de l'été, surtout

pendant les mois de juin, sans présenter les circonstances remarquables de celle du 3 août, n'en a pas été moins funeste à plusieurs communes de notre province; il en est dont les grains d'hiver ont été détruits en juin, et les grains d'été en août... Le 1er juin, la foudre est tombée sur un troupeau de 155 moutons, en plein champ, dans la commune de Slenaken, et, d'un seul coup, en a tué 65, dont la laine a été éparpillée au loin. Le berger a été paralysé pendant huit jours (1).

(La forme remarquable des grêlons, m'engage à vous donner un dessin que j'ai pris moi-même de quatre d'entre eux, mesurés au compas et placés devant moi. — La fig. 17 montre la forme que les grains affectent ordinairement, savoir celle d'un secteur sphérique, dont la surface sphérique est plus ou moins mamelonnée, tandis que l'intérieur est rayonné du centre vers la surface sphérique. En comparant cette forme (fig. 17) à celle de la fig. 16, il semble que l'on peut en conclure que les grêlons qui tombent dans les cas ordinaires, ne sont que des fragmens de plus grandes masses, car on ne peut pas admettre par de nouvelles additions, que des segmens sphériques, soient changés en sphère complète.)

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE.

Sur la transformation du mouvement circulaire continu, en rectiligne alternatif, par M. VERDAM, lecteur à l'Université de Groningue.

M. *Verdam* nous a fait parvenir par M. *Garnier*, un Mémoire sur la *transformation du mouvement circulaire continu*,

---

(1) Ces détails sont tirés de l'*Ann. de la prov. du Limbourg*; nous y avons joint les renseignemens suivans, et un dessin que M. *Crahay* a eu la bonté de nous faire parvenir. A. Q.

en rectiligne alternatif. Nous regrettons vivement de ne pouvoir offrir ici qu'une analyse de ce travail, qui peut être considéré comme un traité *ex professo* sur cette matière.

Voici le problème général que se propose l'auteur :

« *Transformer le mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif, dans un sens quelconque,* c'est-à-dire : *communiquer à un ou à plusieurs corps, un mouvement rectiligne alternatif, au moyen d'un corps se mouvant continuellement et invariablement autour d'un axe fixe.* »

« Solution générale. La question étant résolue pour un corps qui doit recevoir le mouvement alternatif, elle le sera aussi pour un nombre quelconque de corps, parce que la solution est générale. Ce corps doit donc monter et descendre, ou aller et venir alternativement; or, on peut obtenir ces deux mouvemens opposés, en général, de deux manières : soit en le poussant et le retirant (immédiatement ou par l'intermédiaire de tringles); soit en le faisant monter ou aller, et descendre ou venir, au moyen d'un coin ou plan incliné, soutenant le corps (ou immédiatement, ou par des tringles ou par des leviers communicateurs), et poussé et retiré sous ce corps par une puissance parallèle à la base du même plan incliné. La direction de cette puissance est, suivant la condition du problème, circulaire pour ainsi dire. Or, *en premier lieu*, un point de cette direction, quoique se mouvant en cercle à l'égard de l'axe du mouvement, peut être considéré cependant comme ayant un mouvement d'abaissement et d'élévation à l'égard d'une droite A ou d'un plan B, passant par l'axe et coupant à angle droit la direction du mouvement rectiligne demandé. Ce point arbitraire communiquant d'une manière quelconque avec le corps à mouvoir, en le poussant ou en le tirant avec lui, peut le faire abaisser ou élever à l'égard de la droite A ou du plan B; ce mouvement, dès qu'il peut avoir lieu, pouvant d'ailleurs être réglé par des moyens de pratique. »

« *En second lieu :* Un plan incliné pouvant en général avoir une base et une longueur non-seulement rectiligne, mais encore curviligne, on conçoit : qu'en construisant des plans in-

clinés à base circulaire et à longueur rectiligne ou curviligne, soit isolés, soit combinés et adossés, chaque obstacle mobile dans une seule direction, que rencontreront les longueurs des plans inclinés mus circulairement, sera poussé dans cette direction et montera le long de ces plans qui sont poussés parallèlement à leurs bases circulaires. On pourra toujours, par des moyens de pratique, faire en sorte que le corps étant parvenu au sommet d'un plan incliné, retombe dès que ce plan a passé sous lui, ou descende le long d'un plan incliné opposé ou adossé au premier. »

« Donc le mouvement circulaire continu, peut être changé en mouvement rectiligne alternatif, des deux manières précédentes. C. Q. F. T. »

M. *Verdam*, passe successivement à la discussion des cas suivans :

1er *Cas*. La direction du mouvement alternatif, quand elle est située dans le plan du mouvement circulaire.

2e *Cas*. Le mouvement uniforme ou variable du corps, quand il doit être intermittent, c'est-à-dire, qu'il doit rester un certain temps en repos, après avoir été soulevé ou abaissé.

3e *Cas*. La direction du mouvement alternatif, tombant hors du centre de l'axe de rotation à une distance plus ou moins grande de cet axe.

4e *Cas*. Le mouvement uniforme ou variable, devant être intermittent d'une manière quelconque.

5e *Cas*. La direction du mouvement rectiligne alternatif, quand elle est située hors du plan dans lequel se fait le mouvement circulaire; cette direction coupant l'axe de rotation ou une parallèle à cet axe, sous un angle quelconque.

Chacun de ces cas se subdivise en plusieurs autres que M. *Verdam* examine avec soin, et pour lesquels il donne des constructions ingénieuses qui lui appartiennent en grande partie. Voici les réflexions par lesquelles il termine ce Mémoire intéressant :

« Ainsi nous croyons avoir achevé la recherche que nous nous étions proposée, c'est-à-dire, de ranger dans un certain

ordre les différentes variétés des organes par lesquels on transforme le mouvement circulaire dans les machines, en rectiligne alternatif; de les lier, de les faire dériver l'un de l'autre. »

« Quelle que soit la convenance entre le sujet et la division que nous avons adoptée comme la plus facile pour remplir cette tâche, il ne nous paraît pas sans vraisemblance que les moyens que pourra imaginer encore le génie des mécaniciens pour produire le même effet d'une manière nouvelle, trouveront une place convenable parmi les moyens décrits, s'ils ne sont que des combinaisons nouvelles de ces moyens. Sur chaque moyen que nous avons indiqué, on pourra faire plusieurs remarques concernant leur emploi plus ou moins avantageux suivant les différentes circonstances, leur arrangement, leur application, etc. Nous n'avons suivi cette marche que pour quelques cas particuliers, et ce qui a été dit alors, n'était que sommaire et général, car les développemens sont faciles à trouver, et d'ailleurs cela n'appartenait pas absolument à notre objet, qui n'était que de donner un *essai* et non un *traité*. »

STATISTIQUE.

Sur l'état de l'instruction dans le royaume des Pays-Bas.

Les nombres dont nous allons faire usage sont extraits d'un rapport sur les écoles du royaume (1), adressé aux états-généraux par le ministère de l'instruction. Il résulte de ce rapport que le nombre des élèves envoyés aux écoles primaires, dans toute l'étendue du royaume, s'élevait, pendant l'année 1825, à 557,211, pour une population de 6,157,286 âmes : ce qui forme un onzième de cette population; encore ne comprend-on pas dans ce nombre, les enfans qui vont aux petites écoles, et aux écoles de

---

(1) A Bruxelles, chez Weissenbruch, imp. du Roi, in-8°, 1827.

travail, dont le total s'élève alors à 76,648. En tenant compte de ce dernier nombre, on trouve que plus du dixième de la population, ou bien 103 sur 1,000 individus fréquentaient les écoles primaires. Or, M. *Dupin* a trouvé par ses calculs que, sur 1,000 habitans, le nord de la France envoie 57 enfans à l'école, et que le midi n'en envoie que 21. Ainsi l'instruction primaire est deux fois aussi étendue dans notre royaume, que dans le nord de la France, et cinq fois plus que dans le midi.

Si l'on établit le rapport du nombre d'élèves des provinces septentrionales à la population totale de ces provinces, on trouve que, sur 1,000 de population, elles offrent 109.21 élèves. Les provinces méridionales ne donnent sur 1,000 de population que 79.44 élèves. On voit qu'il y a gradation dans les nombres, en allant du midi de la France au nord des Pays-Bas.

Les élèves étaient répartis dans des écoles *communales* et dans des écoles *particulières*, de la manière suivante :

	Prov. Sept.	Prov. Mérid.
Dans les écol. comm.	53383	119858
Dans les écol. part	196248	187722
	249631	307580

Voici quel était, à la même époque, le rapport des écoles communales aux communes :

	Prov. Sept.	Prov. Mérid.
Écoles comm	1835	2054
Communes.	1073	2646
Rapports.	1.71	0.77

Ainsi le nombre des écoles communales, pour le nord, est plus que double de ce même nombre pour le midi du royaume, le terme moyen de la population d'une école communale est dans les provinces septentrionales de 107 élèves, et dans les provinces méridionales de 91.

Il est remarquable que, quand on observe l'état de l'instruction dans les villes ou communes, de population différente, on

trouve que l'instruction est embrassée avec plus de généralité là où la population est moyenne. Ainsi dans les villes ou communes d'une population supérieure à 6,000 âmes, on compte 91.28 élèves par 1,000 individus ; pour une population comprise entre 6,000 et 1,200 âmes, on trouve le rapport 101.73 à 1,000 ; et enfin pour une population inférieure à 1,200 âmes, le rapport est 99.29 à 1,000.

Dans les provinces septentrionales, on compte 5.50 individus seulement sur 1,000, entièrement dénués de moyens d'instruction ; et dans les provinces méridionales, on en compte jusqu'à 59. Il y a donc, d'une part, dix fois plus de facilité pour s'instruire que de l'autre.

L'instruction est généralement plus suivie en hiver qu'en été, surtout dans les provinces méridionales. Voici ce qu'on observe à cet égard :

	Prov. Sept.	Prov. Mérid.
Élèves en hiver.	177365	215524
— en été.	135883	84354
Différence.	41482	131170

Cette différence doit influer sur les résultats de l'instruction générale. On trouve encore que, dans le nord, le nombre des élèves qui fréquentent les écoles des pauvres, est de 24.35 sur 1,000 âmes, et dans le midi, de 26.23.

Si l'on considère maintenant le nombre des élèves envoyés aux *petites écoles* et aux *écoles de travail*, on trouve qu'il était 30,886 pour le nord, et 45,762, pour le sud du royaume ; ces nombres offrent à peu près le même rapport que celui qui existe entre les deux populations. Si l'on ne considère que les élèves qui fréquentent les écoles de travail, on trouve que la Flandre occidentale en fournit à elle seule deux fois autant que le reste du royaume.

En classant les provinces, d'après leur rapport le plus favorable entre la population et le nombre des élèves, y compris ceux qui fréquentent les petites écoles et les écoles de travail, elles se présentent dans l'ordre suivant : Overyssel, Drenthe,

Groningue, Frise, Luxembourg, Nord-Hollande, Gueldre, Nord-Brabant, Namur, Sud-Hollande, Utrecht, Hainaut, Zélande, Anvers, Sud-Brabant, Flandre Occidentale, Flandre Orientale, Limbourg et Liége. Le terme moyen 103 sur 1,000, tombe entre la Zélande et Anvers, et les limites extrêmes sont 164.62 et 69.12 sur 1,000. On remarquera sans doute que ce sont presque toutes nos provinces manufacturières qui tombent en dessous de la limite; ce qui ne s'accord guère avec les observations de M. *Dupin*, du moins sous certains rapports. Ce qui pourra paraître extraordinaire, c'est de voir la Flandre Orientale, qui renferme la ville qu'on a surnommée un peu pompeusement l'*Athène moderne*, se placer tout à côté de la limite inférieure; on doit en conclure, ou que ce titre est usurpé, ce que j'entreprendrais de réfuter si je ne craignais de paraître citoyen trop intéressé (1), ou que peu de moyens d'instruction y produisent de grands résultats (ce que je ne puis admettre, parce que je crois peu à ces sortes de priviléges); ou enfin parce qu'il y a erreur dans les nombres. Cette dernière hypothèse me paraît la plus vraisemblable. On sait en effet quel esprit domine généralement dans cette province, et combien le gouvernement a eu de peine à y établir un système d'instruction qui fût en harmonie avec nos besoins et avec les progrès des lumières. Delà, se sont formées un

(1) Je remarquerai que la plupart des noms les plus honorables de notre pays, appartiennent aux deux Flandres. Ainsi, sans compter les professeurs ordinaires et extraordinaires de l'université de Gand, qui forment à peu près la moitié du personnel de cet établissement, je pourrais citer dans les différentes branches MM. *De Nieuport*, *Van Praet*, *Rapsaet*, *Lesbroussart*, *Van Hulthem*, *De Bast*, *Odevaere*, *Ducq*, *Paelinck*, *Hanselaere*, *Kinson*, *Verboeckhoven*, *Braemt*, *Suys*, *Roelandts*, *Depotter*, *Calloigne*, *Mengal*, *Meulemeester*, *Reyphins*, *Pycke*, *Beyts*, *Van Crombrugghe*, etc., je n'ai point cité M. *Cornelissen*, qui appartient cependant plutôt à Gand qu'à Anvers, par les nombreux services qu'il a rendus à la première de ces deux villes, et M. *Dandelin*, qui, élevé parmi nous dès sa plus tendre enfance, me saurait très-mauvais gré de l'avoir rayé du nombre des flamands.

grand nombre d'instructions à l'insçu des autorités, d'autres ont été formées à l'étranger; quelques parens même sont assez aveugles pour refuser de confier leurs enfans à des instituteurs contre lesquels on les prévient. Cette observation devient surtout sensible quand on considère l'instruction dans les colléges ou écoles latines : on sait en effet combien la Flandre Orientale fournit, pour sa part, d'élèves à *St.-Acheul*. Il ne faut donc conclure qu'avec circonspection des résultats qu'a pu obtenir le Gouvernement.

Une autre remarque qui mérite également d'être faite, c'est que le nombre des colléges est généralement plus grand dans les provinces méridionales que dans les provinces septentrionales; on en compte d'une part 5,498 et 1,550 de l'autre. Dans les universités septentrionales, on compte 305 élèves en droit, et 502, dans les universités méridionales; ainsi l'on compte un élève en droit par 7,494 individus, d'une part; et un par 7,712, de l'autre part. Pour les élèves en medecine, les rapports sont de un sur 21,162 pour le nord; et de un sur 14,555 pour le midi; pour les sciences, le nord fournit un étudiant sur 51944 individus; et le midi un sur 21,272; enfin pour la philosophie et la littérature, on trouve un élève par 1869 individus dans les provinces septentrionales, et un par 3065, dans les provinces méridionales. D'où il suivrait qu'on s'occupe dans le nord plus particulièrement de la philosophie et de la littérature; et, dans la partie méridionale, de la médecine et des sciences. Le droit est suivi à peu près de la même manière de part et d'autre. Nous n'avons pas compris, parmi les étudians en philosophie, 150 jeunes gens qui fréquentaient le *collége philosophique*. A. Q.

On ne saurait recueillir trop de documens sur la population des Pays-Bas, si l'on songe sérieusement à se former une idée exacte de la statistique de ce royaume. La connaissance de la population doit former, pour ainsi dire, la base de toutes les recherches, qui ont pour objet la détermination de l'état d'un pays, considéré sous ses différens rapports. C'est dans la vue de donner un élément de plus, que j'ai prié M. *Verhulst* de cal-

culer la table suivante, par la méthode des interpolations, en se servant des données que M. *Lobatto* a consignées dans son *Jaarboekje*. A. Q

TABLE DE MORTALITÉ

POUR LA VILLE D'AMSTERDAM.

Age.	Hommes.	Femmes.	Age.	Hommes.	Femmes.	Age.	Hommes.	Femmes.	Age.	Hommes.	Femmes.
0	10,000	10,000	27	4732	5535	54	2555	3480	81	251	446
1	7417	7909	28	4645	5461	55	2464	3387	82	210	370
2	6713	7292	29	4563	5387	56	2371	3293	83	173	298
3	6323	6895	30	4483	5314	57	2276	3198	84	140	238
4	6103	6696	31	4412	5240	58	2181	3100	85	116	192
5	5973	6550	32	4342	5166	59	2086	2997	86	96	152
6	5873	6451	33	4275	5091	60	1991	2891	87	79	120
7	5804	6384	34	4205	5015	61	1896	2783	88	66	95
8	5754	6344	35	4130	4937	62	1800	2673	89	55	75
9	5711	6305	36	4048	4856	63	1702	2560	90	47	58
10	5660	6264	37	3962	4772	64	1606	2445	91	40	45
11	5641	6232	38	3872	4686	65	1511	2326	92	34	35
12	5620	6209	39	3784	4606	66	1416	2205	93	29	27
13	5597	6194	40	3702	4532	67	1321	2081	94	24	21
14	5573	6171	41	3624	4461	68	1224	1955	95	21	16
15	5546	6143	42	3551	4394	69	1130	1827	96	18	12
16	5515	6116	43	3479	4329	70	1040	1698	97	15	8
17	5480	6090	44	3405	4262	71	946	1565	98	13	4
18	5441	6065	45	3326	4191	72	849	1429	99	11	3
19	5398	6028	46	3244	4119	73	763	1290	100	9	2
20	5351	5982	47	3161	4047	74	681	1165	101	3	0
21	5294	5922	48	3077	3974	75	607	1049			
22	5223	5871	49	2993	3899	76	534	935			
23	5138	5808	50	2908	3819	77	462	822			
24	5039	5743	51	2822	3738	78	400	710			
25	4925	5677	52	2734	3635	79	345	611			
26	4825	5607	53	2645	3569	80	296	526			

REVUE SCIENTIFIQUE.

Suite de l'analyse de la Théorie Élémentaire des Transversales, par M. Garnier, professeur à l'université de Gand.

Chapitre iii. *Principes fondamentaux de la perspective. Des projections perspectives ou coniques. Propriétés perspectives des figures. Des projections stéréographiques.* L'objet général de ce chapitre, est de régulariser une figure irrégulière, afin que la propriété ci-établie, y devienne intuitive, ou, au moins, facile à démontrer : de celle-là, on conclut à son analogue dans la figure originale. Considérant d'abord les *projections perspectives ou coniques*, nous démontrons sept théorèmes qui suffisent pour toutes les applications. Nous prouvons ensuite que si, par le petit axe d'une ellipse, on conduit un plan faisant avec celui de l'ellipse un angle dont le cosinus est $\frac{a}{b}$ (b représentant le demi petit axe et a le demi grand axe), la *projection orthogonale* de l'ellipse sur ce plan, et conséquemment sur tout plan parallèle, est un cercle. Dans ce mode de projection, l'œil est à l'infini. De la projection dite *conique*, pour la distinguer de tout autre prise dans un sens soit plus étendu, soit plus restreint, nous passons aux relations que M. *Poncelet* qualifie de *propriétés projectives des figures*. Ainsi en supposant le faisceau conique dont le sommet ou le centre est à l'œil, et dont la base est la figure donnée, coupé par un plan

qui est celui de la projection conique, il s'agit de reconnaître à l'avance si telle relation qui a lieu dans la figure primitive, est ou n'est pas *projective* de sa nature, ou, en d'autres termes, si elle subsiste ou non dans la projection conique. A raison de la nouveauté et de l'importance de ces considérations, nous avons pensé qu'on ne nous saurait pas mauvais gré d'avoir ajouté aux développemens de l'auteur. Nous nous sommes bornés à rapporter ici la solution que donne M. *Poncelet* d'une proposition encore peu connue des géomètres, et qui a pour énoncé : *une figure plane quelconque où entrent une certaine droite et une section conique, peut en général être regardée comme la projection d'une autre figure pour laquelle la droite est passée entièrement à l'infini, et la conique est devenue une circonférence de cercle*, ce qui revient à celui-ci : *étant données une section conique et une droite MN située à volonté dans son plan, trouver un centre et un plan de projection tels que la droite MN soit projetée à l'infini sur ce plan, et que la section conique y soit représentée par un cercle* (1). Enfin nous arrivons à *la projection stéréographique* dans laquelle, géographiquement parlant, l'œil est supposé à la surface du globe et le plan du tableau est parallèle à l'horizon visuel, ou figure l'horizon rationel. Suivant que l'œil est situé à l'un des pôles, sur l'équateur, entre le pôle et l'équateur, ou au centre même de la terre, cette projection prend différentes dénominations. Si le point de vue est porté à l'infini, on a la *projection orthographique*. En nous renfermant dans les applications de la projection stéréographique à la géométrie, nous nous bor-

(1) Le centre auxiliaire de projection doit se trouver sur une circonférence de cercle décrite du milieu de la corde, qui répond à la droite, donnée comme centre, avec un rayon égal à la moitié de cette corde, et dans un plan qui lui soit perpendiculaire : il y a lieu à une infinité de solutions, quand la droite est extérieure à la conique. Cette recherche peut encore être proposée comme question.

nons ici, à en démontrer deux propriétés fondamentales (1).

Chapitre V. *Applications des principes établis dans le chapitre précédent, à la démonstration des propriétés de certains systèmes de droites assujetties à des conditions données.* Ce chapitre se compose de deux problèmes, de six théorèmes et de quelques remarques assez étendues. Sa propriété annoncée (1er art., pag. 46, 2°) fournit une solution fort élégante, en tant qu'elle est très-simple, de cette question : *deux droites Aa et Bb, tendent vers R; deux autres droites Aa' et Bb' tendent vers S; construire la droite des points R et S, sous la restriction de ne pouvoir prolonger les droites données, et même de n'avoir que deux points de chacune d'elles.* Cette construction n'exige sur le terrain que des jalons, et sur le papier que l'emploi dela règle. Le théorème III offre les relations qui existent entre les segmens d'une transversale coupée par les quatre côtés et les deux diagonales d'un quadrilatère simple; et les trois suivans en fournissent d'autres relatifs aux quadrilatères tant simples que complets.

Chapitre VI. *Continuation du chapitre précédent, applications aux lignes du second degré.* Le premier théorème a pour objet la relation entre les six segmens d'une transversale coupée par les quatre côtés d'un quadrilatère inscrit à une conique, et par cette conique. Cette relation se reproduit comme cas particulier (chap. XI), lorsqu'on considère une transversale coupant trois coniques qui ont quatre points communs : c'est ce que *Désargues* nomme une *involution de six points.* Nous considérons ensuite les propriétés qui résultent de certains systèmes de droites, combinés avec les coniques, savoir des triangles, quadrilatères, pentagones et hexagones, inscrits et circonscrits aux lignes du second degré, en observant toutefois que tout système de

(1) Plus loin, nous exploiterons le beau mémoire de M. *Dandelin* et les recherches de M. *Quetelet*, auxquelles il a donné lieu : nous ne serons jamais en reste de justice envers deux géomètres dont nous faisons profession d'honorer le talent et le caractère. Je tiens surtout à ce qu'on n'impute les nouvelles dispositions prises relativement à la *Correspondance*, qu'à un arrangement très-amical entre M. *Quetelet* et moi.

deux droites doit être envisagé comme une conique. On conçoit qu'on pourrait étendre à volonté ces recherches, si on ne devait les restreindre par cette considération que cinq données suffisent, en général, pour définir une conique. Au moyen des principes posés dans le chapitre IV, et en substituant, si l'on veut, un cercle à la conique, on régularise les polygones tant inscrits que circonscrits, et on transporte aux figures originales les propriétés que cet artifice met, pour ainsi dire, en évidence. On trouve ici une première démonstration des deux théorèmes sur les hexagones, dont l'un est attribué à *Pascal*, et dont l'autre est de M. *Brianchon ;* comme ils jouent un grand rôle dans cette théorie, nous y revenons par la suite pour les démontrer autrement, et surtout pour établir leur dépendance réciproque, qui résulte de la considération des pôles et polaires. A cette occasion, nous observerons qu'il eût peut-être été convenable de placer ici la notion de pôles et de polaires, puisque les sommets des angles du polygone circonscrit sont les pôles des côtés du polygone inscrit, qui joignent les points de contact ; mais nous avons cru devoir faire un chapitre à part de cette doctrine, sauf à revenir de temps à autre sur nos pas. Nous aurions pu débuter par la considération des hexagones inscrit et circonscrit, pour passer par des modifications successives de ces figures, aux propriétés analogues des autres polygones ; mais nous avons suffisamment indiqué cette marche à ceux qui voudront la prendre.

Annales Academiæ Lovaniensis. Chez VANLINTHOUT et VANDENZANDE, in-8°, 1825.

Le volume que l'université de Louvain vient de faire paraître, est le 7e de la collection ; il se rapporte au rectorat de M. L. J. *Goebel*, qui comprend la période de temps écoulé depuis le 5 octobre 1823, jusqu'au 4 octobre 1824. On trouve dans ce recueil plusieurs mémoires scientifiques ; nous avons déjà eu occasion de parler du discours de M. le professeur *Goebel*, et du travail couronné de M. *Schmitz* (vol. I, 348 et vol. II, 58).

Un ouvrage étendu de M. *E. Wauthier*, concernant l'indigo, renferme des recherches curieuses que nous regrettons de ne pouvoir développer ici. M. *J. Devyver* a obtenu une médaille d'or, pour une exposition des anomalies qu'on observe dans les phénomènes d'hydrostatique, et pour l'explication qu'il a donnée de leurs causes. Son travail a principalement pour objet la considération des phénomènes capillaires. Après avoir examiné les théories anciennes, l'auteur part des principes suivans : 1° les molécules liquides exercent une attraction mutuelle; 2° le liquide est attiré par le verre; 3° la force avec laquelle le verre attire l'eau est plus grande que la force avec laquelle les molécules fluides s'attirent mutuellement. Il nie ce principe que l'action du verre ne s'étend qu'à une distance infiniment petite, et ne fait que déterminer la courbure de la surface du liquide; il cite quelques expériences dont il croit pouvoir conclure qu'elle agit à distance finie, et produit les phénomènes capillaires, aidée par la cohésion des molécules fluides. Ainsi la courbure de la surface liquide ne modifierait pas l'effet de l'action mutuelle des particules, comme on l'admet dans la théorie moderne. L'auteur n'a pas même examiné cette question. Nous avons été étonnés de ne pas lui voir faire usage des expériences d'*Hauksbée* et de *Gay-Lussac*; le nom de *Laplace* n'est pas même cité; il n'est donc point question de ses importantes recherches. M. *Devyver* n'est point arrêté par le singulier accord que présentent les résultats de la théorie moderne et ceux de l'expérience. Supposons, dit-il, que cet accord existe, qu'en suit-il?... *Vulgo dicitur: « acriter friget, non potest ningere » et observatur non ningere quando acriter friget ; verum tamen frigus non impedit quominus nix formetur et delabatur ; sed transitus vaporum in statum solidum sive formatio nivis elevat temperaturam atmospheræ sive minuit vehementiam frigoris ; sumitur ergo effectus pro causâ*.. Nous ne retorquerons pas l'argument, et nous ne pousserons pas plus loin l'analyse de ce mémoire. L'auteur adoptera peut-être lui-même plus tard une autre manière de voir, en examinant plus attentivement les conséquences du principe de l'attraction qu'il paraît admettre, et en soumettant *au calcul* ses élémens

hypothétiques, car c'est toujours là qu'il faut en revenir. Une discussion de mots est en pure perte. Nous n'appliquerons pas à l'auteur le mot un peu dur de *Napoléon* à *Bernardin de St.-Pierre*, qui se plaignait de ce que les savans dédaignaient sa théorie des marées. Le mémoire de M. *Devyver* contient de très-bonnes choses, et mérite d'être particulièrement distingué sous le rapport des expériences.

—L'université de Louvain a fait paraître encore la dissertation couronnée de M. *J. Kickx*, sur les plantes officinales et vénéneuses qui croissent spontanément dans les environs de Louvain. Le mémoire de M. *Kickx* paraît ne laisser rien à désirer, quoiqu'il exige des recherches nombreuses et de l'expérience : il donne une preuve bien avantageuse du talent de ce jeune nanaturaliste, qui avait déjà débuté d'une manière honorable, sous les auspices de M. *Kickx* père, à qui les sciences doivent plusieurs ouvrages utiles, et une série d'observations météorologiques faites dans le Brabant, depuis environ 20 années (vol. II, pag. 100).

Analyse par M. Verdam, lecteur à l'Université de Groningue, de la *Dissertation* de M. le professeur De Gelder, *sur la liaison des sciences naturelles et morales* (1).

Cet ouvrage, purement philosophique, paraît sortir de la liste de ceux dont nous nous proposons de rendre compte dans la *Correspondance*, et d'une autre part, quoiqu'il puisse intéresser les géomètres en général, cependant, un lecteur Hollandais en saisira mieux l'esprit, parce qu'il se rapporte particulièrement à la manière dont on étudiait et dont on enseignait les mathématiques chez nous, tant dans les écoles

(1) Voyez (tome II, pag. 294) la note où il faut lire : On trouvera dans les numéros suivans, l'analyse de la plupart de ces ouvrages, que nous devons à la complaisance de M. *Verdam*; celui dont on rend compte ici est annoncé sous le n° 16. J. G. G.

latines, que dans les colléges où l'on professe les principes des sciences. L'ouvrage est divisé en cinq chapitres. Dans les quatre premiers, l'auteur établit le but des sciences, but toujours noble, lorsqu'on les envisage sous leurs véritables rapports; suivant lui, l'opinion contraire ne peut être que le résultat de préjugés; il attribue à la propagation des lumières, une influence salutaire sur l'individu, sur le bonheur et la richesse des nations; il discute les fondemens de nos connaissances qui toutes se tiennent, et la vraie méthode à suivre dans l'étude de la nature, méthode qu'il faut transporter dans celle des sciences morales auxquelles la première nous conduit. Après avoir exposé ses vues sur le meilleur mode à suivre pour faire un homme instruit, montré l'influence puissante de l'étude des mathématiques sur tout autre étude, il parle du mode d'enseignement de cette science dans nos écoles latines, et il indique les perfectionnemens à y apporter, pour que les élèves en puissent tirer le plus de fruit possible : il prend de là occasion de tracer aux instituteurs et aux professeurs des écoles latines et colléges qui ne sont pas assez familiers avec ce genre d'enseignement, la meilleure méthode à suivre dans leurs cours. C'est dans ce dernier but que l'auteur a écrit le cinquième chapitre sur la manière d'enseigner les principes des mathématiques : nous en extrairons les règles suivantes qui y sont amplement développées. « L'élève s'enseigne lui-» même; l'instituteur ne fait que régler ses études. Ils suivent » d'abord les élémens de l'arithmétique; de là, ils passent à ceux » de l'algèbre; et, en même temps, ils sont exercés au dessin » linéaire; enfin, ils arrivent aux élémens de la géométrie et » de la cosmographie. La plus mauvaise méthode, qui est celle » qu'on a suivie jusqu'à présent, c'est de démontrer par or-» dre les théorèmes, d'après un livre; que ce livre soit le » meilleur possible, qu'il soit bien enseigné, que le professeur » procède avec lenteur et netteté, ce sera toujours : *Qui po-» test capere, capiat*. En effet, il est impossible que les audi-» teurs puissent saisir l'enchaînement des raisonnemens, en » aussi peu de temps qu'il en faut au professeur pour les pré-

» senter. On doit accorder du temps aux jeunes élèves pour
» saisir l'esprit des démonstrations : il faut les répéter très-
» souvent. Les conditions d'un bon livre élémentaire, sont :
» 1° d'être assorti à l'état actuel de la science ; 2° de présen-
» ter les notions fondamentales d'une manière saillante, c'est-
» à-dire, de leur donner le plus de relief possible ; 3° de ren-
» fermer un choix d'exemples propre à réduire en pratique
» ce qui a été dit ; 4° offrir tout à la fois l'unité et la liaison
» des choses ; 5° de procéder suivant une logique rigoureuse ;
» 6° elle n'emploie que des termes bien définis, un style sim-
» ple, et d'écarter toute érudition superflue. La meilleure mé-
» thode est la *méthode socratique* : elle est la plus difficile pour
» l'instituteur, et la plus facile pour l'élève. La méthode syn-
» thétique doit procéder de la méthode analytique, pour donner
» aux élèves une connaissance primaire des propriétés des fi-
» gures et de l'arithmétique universelle. Comme il est de la
» plus haute importance de ne laisser aucun doute sur une
» vérité, il est permis de recourir à tous les moyens de vé-
» rifier un théorème *à posteriori*, pourvu qu'on ne regarde pas
» ces vérifications comme des démonstrations. En géométrie,
» on démontre une propriété générale sur une figure particu-
» lière ; on doit donc faire remarquer que la proposition a
» lieu dans toute figure construite d'après les conditions du
» théorème. On dit bien qu'il n'est pas permis de passer à un
» théorème, sans avoir bien compris le précédent ; mais il ne
» faut pas entendre par là, qu'il n'est pas permis de révéler
» à un élève une vérité qui ne sera démontrée que dans la
» suite, ou dont la démonstration est au-dessus de sa portée
» actuelle : cette anticipation sera souvent fort utile ; mais alors
» on aura soin de n'exiger d'eux qu'une conviction morale et
» non mathématique. » Ces règles étant développées, M. *De Gelder* donne plusieurs exemples d'une *méthode socratique*, appliquée à l'enseignement de l'arithmétique des nombres, de l'arithmétique universelle et de la géométrie. A cette occasion, il donne les conseils suivans : « Après avoir appliqué une rè-
» gle, après avoir traité avec détail un exemple (qu'ils ont à

» la vérité résolu eux-mêmes par les questions analytiques et
» successives qui, suivant la méthode socratique, mènent in-
» sensiblement à la solution), on leur donne un autre exem-
» ple presque de même énoncé, pour qu'ils puissent s'exercer
» à le résoudre, et par cet exercice, graver dans leur esprit
» ce qui leur a été enseigné par l'instituteur. Dans l'algèbre,
» il faudra de bonne heure donner de tels exemples qui pi-
» quent leurs curiosité et qui donnent lieu à des artifices de
» calcul. On ne doit pas trop multiplier les questions d'arith-
» métique. Dans l'enseignement du dessin linéaire, on doit
» éviter toute démonstration; on se borne à leur apprendre
» à exécuter les constructions des problèmes casuels de géo-
» métrie, en leur disant les noms des figures qu'ils construi-
» sent, et on leur fait exécuter ces constructions plusieurs fois.
» Dans la géométrie, on leur enseigne, dès qu'on le peut, à
» résoudre des problèmes par l'algèbre et par la pure géomé-
» trie, ou la méthode des anciens. » M. *De Gelder*, termine par recommander cette méthode dans l'enseignement des principes, comme propre à exciter l'attention et à exercer l'intelligence des élèves, et parce qu'une longue expérience lui a démontré qu'elle était préférable à toutes les autres.

Élémens de physique expérimentale et de météorologie, par M. Pouillet, tome 1, à Paris chez *Béchet* jeune, et à Bruxelles au dépôt général de la librairie médicale française, in-8° de 428 pages, avec 10 planches 1827, prix 5 fr. le vol.

M. *Pouillet* professe conjointement avec M. *Gay-Lussac* le cours de physique de la faculté des sciences de Paris. Les personnes qui ont eu le bonheur d'assister à ces leçons, savent combien elles sont intéressantes et utiles, et combien elles sont suivies avec avidité par plus de quinze cents personnes que contient à peine le vaste amphithéâtre de la Sorbonne. M *Pouillet*, dont le zèle égale les talens, a voulu, en publiant le texte de ses leçons, se rendre utile encore aux auditeurs malencon-

treux qui arrivaient trop tard pour trouver place; ou qui, éloignés de Paris, ne pouvaient avoir le plaisir de l'entendre développer les principes de la science avec autant de savoir que de clarté. « Ces élémens de physique et de météorologie, dit-il, sont le texte de mes leçons, et cependant, ils n'en peuvent être qu'une esquisse. A plus forte raison, ne peuvent-ils être qu'une imparfaite ébauche des leçons de M. *Gay-Lussac*, malgré tous les efforts que j'ai dû faire pour me rapprocher le plus possible de sa méthode. Une foule de détails, de descriptions et de rapprochemens, doivent être supprimés dans un livre, à moins de redoubler les longueurs et les embarras de style au milieu desquels la vérité a déjà tant de peine à percer. Les difficultés qui se présentent, pour composer un ouvrage élémentaire de physique, sont sans nombre; on en a trop de preuves, et sans doute, elles m'auraient retenu, si le zèle des auditeurs de la faculté et l'empressement avec lequel ils accueillent mes leçons, ne m'eussent fait un devoir de tenter un nouvel effort pour leur être utile : puisque ma vie est consacrée à la science et à l'enseignement, il faut bien accomplir ma tâche avec tout le soin et tout le dévouement dont je suis capable. » Le premier volume qui vient de paraître, traite des propriétés générales des corps, de la pesanteur et de ses effets, ainsi que de l'équilibre et du mouvement. En s'occupant de la chaleur, l'auteur examine tour à tour, la dilatation, le changement d'état des corps, la communication du calorique, la mesure de la chaleur et les causes qui la produisent, un *appendice* donne des détails précieux sur la construction des machines à vapeur. Le plus bel éloge que nous puissions faire de cet ouvrage, c'est de dire qu'il rappelle entièrement les leçons publiques de l'auteur, par la clarté et l'élégance de l'expression, et par la profondeur des vues.

La deuxième partie paraîtra le 1.er août; la troisième le 1er octobre et la quatrième, à la fin de novembre. Nous reviendrons sur ce travail important dès qu'il sera terminé.

Grondbeginsels der Meetkunst. *Principes de la Géométrie pour les artisans*, par M. G. Vanderjagt, tome Ier, in-8°, à Amsterdam, chez *Tenbrinck* et *De Vries*, 1826 et 1827.

L'ouvrage que M. *Vanderjagt*, publie à Amsterdam, pour l'enseignement populaire (*volks-onderwijs*), s'écarte beaucoup moins de celui de M. *Dupin*, que les traités dont nous avons parlé dans notre numéro précédent; on pourrait même le regarder sous plusieurs rapports comme une imitation du travail du géomètre français. Nous n'avons sous les yeux que les deux premiers cahiers, dont le premier a paru en 1826. Après quelques considérations sur l'étendue et la géométrie, il y est successivement traité des perpendiculaires et des obliques, des parallèles, des triangles et des propriétés des polygones. L'auteur n'a point adopté la distribution des matériaux par leçons, il les classes plutôt sous les titres qui leur conviennent : on conçoit que l'on peut concilier à la fois ces deux méthodes. Les auteurs qui ont présenté les principes de la géométrie et de la mécanique par leçons, avaient particulièrement en vue de multiplier les points de repos et de les espacer à peu près également, afin que l'artisan pût de temps en temps suspendre son attention et prendre facilement connaissance du terrain qu'il venait de parcourir.

ACADÉMIE ROYALE DE BRUXELLES.

1826. *Séance de novembre*. On lit une lettre de M. *Villermé*, sur les nombres de naissances aux différens mois de l'année, à Livourne, (vol. II, pag. 285). On lit aussi deux lettres de MM. *Bouvard* et *Gambart*, sur la comète du Bouvier, découverte à la fin du mois précédent. M. *Kickx*, présente un ou-

vrage intitulé : *Sertum botanicum*, ou Collection choisie des plantes les plus remarquables par leur élégance, leur éclat, ou leur utilité, formée par une Société de botanistes et publiée par M. *Van Geel*. On fait hommage de différens ouvrages de MM. *Villot*, *Kesteloot*, *Dejonge*, etc.

23 *Décembre*. M. *Vanderlinden* donne lecture d'une notice sur une empreinte d'insecte, renfermée dans un échantillon de calcaire schisteux de Sollenhofen, en Bavière. M. *Cauchy*, ingénieur à Namur, lit aussi une note sur la pierre calcaire, fournissant une chaux hydraulique, que l'on extrait d'une carrière ouverte à Humerée. On présente de la part de M. *Ampère*, un ouvrage sur la théorie des phénomènes électro-dynamiques. MM. *Gambart* et *Nicollet*, sont nommés correspondans.

1827. 13 *Janvier*. M. *Quetelet* lit une note de M. *Gambart*, sur une nouvelle comète découverte, le 27 du mois précédent, à Marseille, à peu de distance de β d'Hercule. M. *Frullani* est nommé correspondant. M. *Raoux* donne lecture d'un Mémoire d'histoire. Cette lecture a été inopinément interrompue par l'annonce d'un incendie qui venait de se manifester dans un bâtiment attenant à la bibliothèque.

3 *Février*. M. *Dewez*, secrétaire perpétuel, présente les Mémoires reçus pour le concours de 1827. M. *Quetelet* présente un Mémoire sur la population du royaume des Pays-Bas.

24 *Février*. Il donne lecture du Mémoire présenté précédemment, et il communique de nouveaux renseignemens qui lui ont été adressés par M. *Gambart*, sur la comète découverte à la fin de décembre. M. *Pagani* lit un Mémoire sur l'équilibre des systèmes flexibles.

31 *Mars*. On lit une lettre de M. *Gambart* sur les nouveaux calculs concernant la comète du Bouvier; (vol. III, pag. 21 et 37), et une autre lettre de M. *Villermé*, sur les naissances. MM. *Villermé* et *Wurzer* ont été nommés correspondans.

28 *Avril*. On lit les rapports sur les Mémoires envoyés au concours. Un Mémoire est présenté par M. *Van Mons*, conte-

nant quelques particularités, concernant les brouillards de différente nature.

Séance générale du 7 mai. Trois médailles sont décernées dans la section pour l'histoire, à MM. *Pycke*, *Steur* et *Raingo*, et une quatrième d'argent, est adjugée à M. *T. Olivier*, pour un Mémoire de géométrie à trois dimensions.

8 *Mai.* L'Académie arrête son programme pour le concours de 1828. (Vol. III, pag. 59.)

2 *Juin.* M. *Quetelet* donne lecture d'une lettre de M. *Hachette*, concernant une nouvelle expérience sur la combinaison du choc de l'air ou de l'eau, avec la pression atmosphérique, (vol. III, pag. 24); il fait quelques expériences qui se rapportent à ce sujet.

M. *Huguenin*, directeur de la fonderie de canons, de Liége, vient de faire paraître un ouvrage, concernant la fabrication des bouches à feu et des projectiles, que nous nous bornerons à recommander à l'attention de nos lecteurs, puisqu'il ne rentre pas dans le cadre que nous nous sommes tracé. Ce travail important est accompagné d'un grand nombre de planches exécutées avec une grande perfection.

Une comète invisible à l'œil nu, a été observée, hier au matin, à Marseille, dans les pieds de *Cassiopée*.

Le 21, vers 2 heures 1/2.	Asc. droite = $2^h\ 1'$ Déclin. = $+\ 65{,}^\circ 5$

(Observ. royal de Marseille, le 22 juin 1827.)

(Nous avons appris depuis par les journaux, que la même comète avait été vue aussi à Paris, par M. *Nicollet*.)

Questions proposées par la faculté des sciences de l'Universite de Gand, pour l'année 1828.

I. Quæruntur 1° Relationes inter segmenta trianguli cujuscumque, una vel tribus rectis transversariis (*transversales*) ex eodem plani trianguli puncto oriundis, secti.

2° Notio divisionis harmonicæ rectæ magnitudine datæ, nec non fascis harmonici : definitio et proprietates præcipuæ quadrilateri completi (*quadrilatère complet*) : imprimis relationes inter segmenta cujusque trium diagonalium duabus reliquis diagonalibus sectæ : locus punctorum mediorum earumdem diagonalium, nec non punctorum concursus laterum duorum triangulorum in eodem plano sitorum, quorum vertices tribus rectis per idem punctum transeuntibus, connectuntur.

3° Locus trium punctorum concursûs laterum adversorum hexagoni circulo vel sectioni conicæ inscripti; præterea demonstratio concursûs unici trium diagonalium hexagoni iisdem curvis circumscripti.

4° Enumeratio proprietatum notatu digniorum quibus gaudent hexagona, pentagona, quadrilatera et triangula lineis secundi gradûs cum inscripta, tum circumscripta.

5° Notiones et proprietates insigniores Polorum et Polarium.

6° Tandem horum principiorum ejusmodi applicationes quæ solius normæ usum requirant.

II. Præcipua actionis chemicæ radiorum solarium phænomena exponere eorumque leges eruere.

III. Exponantur et inter se comparentur diversæ de origine venarum metalla, aliaque corpora fossilia continentium hucusque propositæ opiniones.

QUESTIONS.

I. Étant donnés, le sommet et la base d'un cône du 2e degré :

1° Déterminer le centre d'une sphère qui passe par le sommet de ce cône, et coupe encore la surface selon une circonférence;

2° Déterminer le lieu des centres de toutes les sphères qui jouissent de la même propriété.

II. Étant données deux surfaces du 2e ordre, symétriquement placées par rapport à un plan; chercher les équations de l'arête de rebroussement et de la ligne de striction de la surface développable, déterminée par le mouvement d'un plan tangent commun à ces surfaces. (On entend par *ligne de striction*, celle dont les points sont donnés par l'intersection de deux génératriecs à distance finie.)

III. On sait que neuf points de l'espace déterminent généralement une surface du 2e ordre; mais si l'on désigne la nature de la surface qu'on veut avoir, à combien devra-t-on réduire le nombre des points donnés, pour que la construction puisse avoir lieu? (On sait, par exemple, que pour la sphère, ce nombre se réduira à quatre).

III. Soient AB, A'B', A''B'' trois droites parallèles, tracées sur un même plan : soit R le concours des extrémités A'A'' et B'B''; soit R' le concours de A''A et B''B; soit enfin, R'' le concours de AA' et BB'; les trois points R, R' et R'' sont en ligne droite.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE.

Si, sur les trois côtés d'un triangle, pris tour à tour comme diagonales, on construit des parallélogrammes, dont les côtés contigus soient parallèles à deux lignes données, les trois autres diagonales concourront en un même point.
Question proposée à la page 64 du IIIe volume, et résolue par M.-A. Leschevain, de Tournay.

Soit ABC le triangle, H le point de concours de deux diagonales bm, an (*fig.* 18); joignons m et n; puis, menons dH prolongée jusqu'en k; démontrons que les triangles c'Ad, dmk sont semblables, comme ayant un angle égal $c'Ad = dmk$ et deux côtés proportionnels $\frac{mk}{dm} = \frac{Ad}{Ac'}$ et, par suite, que dH est le prolongement de $c'd$. En effet : trois droites dH, nH, mH, partant des sommets du triangle mdn, on a $\frac{mo}{on} = \frac{Pm}{dp}.\frac{dq}{qn}$.

Les triangles don, mok donnent $\frac{mo}{on} = \frac{mk}{dn}$; donc $\frac{mk}{dn} = \frac{pm}{dp}.\frac{dq}{qn}$. Les triangles semblables apm, dpn, et qdm, qbn, donnent $\frac{pm}{dp}.\frac{dq}{qn} = \frac{am}{dn}.\frac{dm}{bn}$. Remplaçant, il vient $\frac{mk}{dn} = \frac{am}{dn}.\frac{dm}{bn}$, d'où $\frac{mk}{dm} = \frac{Ad}{Ac'}$; donc les triangles c'Ad, dmk, étant semblables, les angles A$c'd$, mdk sont égaux; donc dk ou dH est le prolongement de la troi-

sième diagonale $c'd$, qui passe ainsi par le point de concours des deux autres.

M. *Manderlier* nous a fait parvenir deux solutions de la même question : il a obtenu l'une par l'analyse, et il a déduit l'autre comme corollaire d'un théorème que donne *Carnot* dans sa *géométrie de position*, th. 51, page 457. M. *Manderlier* observe que si, par le point H, on mène deux parallèles aux droites données, et qu'on rapporte une hyperbole à ces droites prises pour asymptotes, les trois sommets A, B, C seront sur la même courbe. On sait qu'un point détermine en général l'hyperbole dont on connaît le centre et les directions des asymptotes; l'observation précédente pourra donc devenir utile dans bien des cas.

Nous avons encore reçu de M. *Leschevain* une solution d'un problème qui se trouve résolu de deux manières différentes aux pages 66 et 67 du numéro précédent; elle nous est parvenue trop tard, pour que nous pussions en faire mention alors.

Soient AB, $A'B'$, $A''B''$, trois droites parallèles, tracées sur un même plan; soit R le concours des extrémités $A'A''$ et $B'B''$; soit R' le concours de $A''A$ et $B''B$; soit enfin R'' le concours de $A'A$ et $B'B$; les trois points R, R' et R'' sont en ligne droite. Question proposée à la page 120 du IIIe vol., et résolue par M. Nerenburger.

Soient A et A', B et B', C et C' les points extrêmes des trois droites parallèles (*fig.* 19). Formons les triangles ABC, A'B'C'. Nous pourrons les considérer comme étant les projections des bases d'un prisme tronqué. Les plans de ces bases n'étant point parallèles, se rencontreront suivant une droite; et les côtés, qui ont pour projections AB et A'B', étant situés dans un même plan, se rencontreront en un point de la droite d'intersection des bases. On peut en dire autant des côtés, qui ont pour projections CB et C'B', CA et C'A'. Il suit donc de ce que les côtés des triangles de base se rencontrent suivant une

droite, que les points d'intersection de leurs projections doivent se trouver sur une ligne droite : ce qui démontre l'énoncé.

Autre démonstration et extension du théorème précédent; par M. T. Olivier, ancien élève de l'École Polytechnique.

Le théorème dont on demande la démonstration n'est qu'un cas particulier d'un théorème plus général qu'on peut énoncer ainsi : *Étant données trois droites* a, b, c, *concourant en un point* d; *si l'on prend à volonté deux points sur chacune d'elles*, a′ *et* a″ *sur* a; b′ *et* b″ *sur b*; c′ *et* c″ *sur* c, *et qu'on les unisse deux à deux par des droites*, *l'on obtiendra six points de concours*, *situés sur une droite unique*.

On peut s'en convaincre, en faisant la figure de sorte que de quelque manière que l'on combine, trois à trois, les six points donnés, l'on obtienne toujours pour lieu géométrique la même droite.

Si, par cinq des six points donnés, l'on fait passer une section conique, elle déterminera par son intersection avec la droite sur laquelle l'on n'aura pris qu'un point, un autre sixième point tel que la droite, lieu géométrique, sera la polaire de la courbe par rapport aux points de concours des trois droites données.

L'on peut encore énoncer ce théorème :

Étant donnés deux cônes C, C′, se coupant suivant deux courbes planes, désignant par P et Q les plans de ces courbes, et par L la ligne des sommets, si l'on coupe tout le système par un plan R, l'on aura pour section :

Le point l sur L; c dans C; c' dans C′; p sur P; q sur Q. Si, par le point l, l'on mène une série arbitraire de sécantes, D, D′, D″, elles couperont chacune c' et c en quatre points, ainsi,

D	coupe c en	m, n;	et c' en	m', n';
D′	—	$m_{,}$, $n_{,}$;	—	$m'_{,}$, $n'_{,}$;
D″	—	$m_{,,}$, $n_{,,}$;	—	$m'_{,,}$, $n'_{,,}$;
Etc.	—	—	—	—.

Si l'on prend quatre points m, n, $m_{,}$, $n_{,}$, unis deux à deux,

ils donneront quatre droites qui couperont les quatre droites qui unissent les conjugués m', n', $m'_{,}$, $n'_{,}$, en des points distribués sur les deux droites p et q; et cela aura lieu pour tout autre système de huit points formant deux groupes conjugués de la même manière (1).

Paris, juillet 1827.

ALGÈBRE.

Partager chacun des nombres naturels, depuis 1 *jusqu'à* n *inclusivement, en deux parties telles, que* r *soit le rapport constant de la* 1[re] *partie de chaque nombre à la* 2[me] *du nombre immédiatement suivant, et aussi le rapport de la* 1[re] *partie de* n *à la* 2[e] *de* 1. Problème proposé à la page 64 du III[e] volume, et résolu par M. NERENBURGER.

Désignons, par x_1, x_2, x_3, ... x_n, les premières parties des nombres respectifs 1, 2, 3, ... n; les secondes parties seront alors $1-x_1$, $2-x_2$, $3-x_3$ .... $n-x_n$; et en vertu de l'énoncé, on aura

$$x_1 : 2 - x_2 = 1 : r$$
$$x_2 : 3 - x_3 = 1 : r$$
$$x_3 : 4 - x_4 = 1 : r$$
etc., etc.
$$x_{n-1} : n - x_n = 1 : r,$$

---

(1) On peut aussi déduire une démonstration du premier théorème en regardant les droites a, b, c, comme les projections des arêtes d'un angle trièdre qu'on aurait coupé par deux plans. Les côtés des deux triangles de section se coupent deux à deux sur la ligne commune des deux plans sécants, et conséquemment il en est de même des projections. A. Q.

d'où l'on tire

$$x_1 = x_1$$
$$x_2 = 2 - rx_1$$
$$x_3 = 3 - 2r + r^2x_1$$
$$\vdots$$
$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots x^n = n-(n-1)r+(n-2)r^2 \ldots \pm r^{n-1}x,$$

Le terme général (1) donnera la première partie d'un nombre quelconque de la suite, lorsqu'on connaîtra x_1 la première des deux parties, dans lesquelles l'unité doit être divisée.

La valeur de x_1 sera donnée par la proposition

$x_n : 1 - x_1 = 1 : r$, déduite de l'énoncé.

Remplaçant $x_n =$ par $n-(n-1)r+(n-2)r^2 \ldots \pm r^{n-1}x_1$,

on trouve $x_1 = \dfrac{1 - rn + (n-1)r^2 - (n-2)r^3 + \ldots \pm r^{n-1}}{1 \pm r^n}$.

On voit, d'après la marche que nous avons suivie pour arriver à cette valeur de x_1, que, n étant un nombre pair, les derniers termes et r^{n-1} et r^n seront négatifs; conséquemment, dans le cas contraire, l'un et l'autre sera positif.

Appliquons les formules à un exemple; faisons $n=3$, $r=2$; il viendra

$$x_1 = \frac{1-6+8}{1+8} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ce qui donne $\quad x_1 = \frac{1}{3},\ 1 - x_1 = \frac{2}{3}.$

$$x_2 = \frac{4}{3},\ 2 - x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$x_3 = \frac{1}{3},\ 3 - x_3 = \frac{8}{3}.$$

(*Voyez* plus loin une autre solution du même problème.)

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Mémoire sur les propriétés des courbes du second degré, considérées dans l'espace; par M. T. Olivier, ancien élève de l'École Polytechnique.

1. *Soient α' et α'' des courbes planes qui servent de bases à deux cônes C' et C'' du second degré, ayant leurs sommets respectifs aux points* c' *et* c''; *soit de plus un cône C, ayant son sommet* c *à une distance finie ou infinie et passant par les deux sections α' et α''; les trois points* c, c', c'', *étant sur une même ligne droite D arbitraire, les deux cônes C' et C'' se couperont toujours suivant une courbe formée de deux branches planes.*

En effet, si par la droite D l'on fait passer un plan sécant quelconque, l'on obtiendra pour sections : dans le cône C, les deux génératrices g et G; dans le cône C′, les deux génératrices g' et G′; dans le cône C″, les deux génératrices g'' et G″. Les quatre droites g', G′, g'', G″, se couperont deux à deux en quatre points qui appartiendront à la courbe d'intersection de C′ et C″; la génératrice g rencontrera la courbe α' en a' et α'' en a''; G rencontrera la courbe α' en A′ et α'' en A″ : supposons que la droite g' passe par a', et g'' par a''; que G′ passe par A′, et G″ par A″: que g' soit coupée par g'' en m, par G″ en M; que G′ soit coupé par g'' en N, par G″ en n.

Si l'on construit la tangente à la courbe d'intersection au point m ou n, elle passera par la droite L intersection des plans α' et α''. En effet, cette tangente t pour le point m, par exemple, sera l'intersection des deux plans tangens ; l'un T′ à C′, suivant la génératrice g' ; l'autre T″ à C″, suivant la génératrice g''.

Or, le plan T′ passe par la tangente t' à α' au point a' ; T″ passe par la tangente t'' à α'' au point a''.

Mais ces deux tangentes t' et t'' sont contenues dans le plan tangent T à C, suivant la génératrice g ; elles se coupent donc au point où la droite L est rencontrée par T ; par conséquent la série des tangentes passe toujours par la droite L.

Il est facile de voir que la tangente au point M ou N, ne passe pas par la droite L.

Ainsi la courbe d'intersection est composée de deux branches distinctes, pour l'une desquelles toutes les tangentes forment une surface développable, qui ne peut être autre qu'un plan, puisque ces tangentes s'appuient toutes sur la droite L.

Si donc le cône C est du 2ᵉ ordre, C′ et C″ seront du même ordre, et leur intersection devant être du 4ᵉ, sera formée dès-lors de deux courbes planes du 2ᵉ degré.

Si le cône C était du n^e ordre, C′ et C″ seraient du même ordre ; la courbe d'intersection serait du $2n^e$, et formée de deux branches, l'une plane du n^e, l'autre aussi du n^e et qui évidemment devrait être aussi plane.

Si l'on donne sur un plan deux courbes α' et α'', chacune du degré n, et tellement placées l'une par rapport à l'autre, que l'on puisse construire n tangentes communes, se coupant en un même point, le plan jouera, par rapport à ces deux courbes, le rôle d'une surface conique, et toutes les propriétés polaires existantes pour deux courbes planes du degré n, situées sur une surface conique, se reproduiront.

Par une courbe plane α du 2ᵉ degré et 3 points a′, a″, a‴, *situés arbitrairement dans l'espace, et déterminant un plan autre que celui de la courbe α, l'on peut toujours faire passer deux surfaces coniques, et l'on n'en peut faire passer que deux.*

Je suppose que a' soit le sommet d'un cône C′, ayant α pour

base ; que α'' soit le sommet d'un cône C″ ; α''' celui d'un cône C‴ : C′ et C″, ayant même base α, se couperont suivant une courbe du 2ᵉ degré $\beta'_{,,}$; et C‴ se coupera avec C′, suivant $\beta''_{,,}$; et avec C″, suivant $\beta''_{,,,}$, les trois courbes $\beta'_{,,}$, $\beta''_{,,,}$, $\beta'_{,,,}$, ne pourront évidemment se couper qu'en deux points m et n, qui seront les sommets des deux cônes cherchés, puisque la solution du problème doit être donnée pour les points d'intersection de $\beta'_{,,}$ et $\beta''_{,,,}$, tout aussi bien que pour ceux de $\beta'_{,,}$ et $\beta'_{,,,}$ ou de $\beta''_{,,,}$ et $\beta'_{,,,}$, etc.

Étant données, sur une surface du 2ᵉ ordre Σ, deux courbes planes α' et α'', l'on pourra toujours envelopper ces deux courbes par deux surfaces coniques.

En effet, je prends sur α'' trois points arbitraires et, par la construction précédente, j'obtiens les sommets de deux cônes C′ et C″, ayant α' pour base et passant par les trois points arbitraires.

Ces deux cônes C′ et C″, ayant même base α', se coupent suivant une courbe plane α''', située dans le plan des trois points arbitraires ; mais α''' ne peut être autre que α'', puisque, lorsque deux surfaces du 2ᵉ ordre se coupent suivant une courbe plane, il existe toujours une 2ᵉ courbe plane qui complette l'intersection ; donc, etc.

2. *Si donc l'on a deux courbes planes du 2ᵉ degré α' et α'', situées sur un cône C, ayant pour sommet un point* c, *il existe toujours un second cône S, qui a pour sommet un point* s, *et qui enveloppe à la fois ces deux courbes.*

Si l'on prend les sommets c' et c'' des deux cônes C′ et C″ (art. 1.), sur la droite cs, il est facile de se convaincre par la construction géométrique des tangentes, que ce qui arrivait pour les points m ou n, se reproduira dans ce cas pour les points M ou N ; et que, par conséquent, alors les plans des deux courbes d'intersection des cônes C′ et C″, passeront à la fois par la droite L.

L'on peut donc tirer cette conséquence : que *deux cônes qui ont deux plans tangents communs, se coupent toujours suivant deux courbes planes ;* mais que *deux cônes qui se coupent sui-*

vant deux courbes planes, n'ont pas toujours deux plans tangents communs.

Par deux courbes du 2° degré, situées arbitrairement dans l'espace, l'on ne peut pas toujours faire passer deux surfaces coniques; mais cela est toujours possible, si ces deux courbes, se coupant en deux points, ont une corde commune; et il n'existe qu'un cône, si les deux courbes ont un seul point commun et une même tangente en ce point.

En effet, je suppose deux courbes α' et α'', ayant deux points communs m et n. Je puis prendre sur α'', par exemple, trois points arbitraires, et déterminer les deux cônes qui passent par α' et ces trois points. Ces deux cônes se couperont suivant une courbe plane, située dans le plan de α'', et qui ne pourra évidemment être autre que celle passant par les trois points arbitraires et les deux points m et n, puisque cinq points déterminent une section conique.

Supposons maintenant que les deux courbes α' et α'' ont un point commun m, et en ce point une tangente commune t.

Si, sur la courbe α'', l'on prend trois points arbitraires pour sommets respectifs de trois cônes, ayant α' pour base commune, et que l'on cherche les points qui sont communs à ces trois cônes, l'on voit de suite que le point m en sera un, puisque chacun de ces trois cônes aura une génératrice dans le plan de α''; par conséquent, le point m représente dans ce cas l'un des sommets des deux cônes qui doivent envelopper α' et α''.

Il n'existera donc dans ce cas qu'un seul cône enveloppe, et la génératrice de ce cône, passant au point m, jouera, avec la tangente t en ce point, le même rôle, sous le rapport des propriétés polaires, que la droite L et la ligne cs (art. 1.).

Lorsque trois courbes du second degré α', α'', α''' ont, deux à deux, une corde commune; elles peuvent être enveloppées par une surface du second ordre.

En effet, l'on sait que si, par neuf points, l'on peut faire passer une surface du second ordre, l'on n'en peut faire passer qu'une, puisque l'on a autant d'équations que d'inconnues. Je suppose donc cinq points arbitraires sur α',

trois sur α'', et un sur α''', par ces neuf points passera toujours une surface du 2[e] degré qui enveloppera évidemment les trois courbes α', α'' et α'''.

Par deux courbes α' et α'' du 2[e] degré, situées sur un cône, passent une infinité de surfaces du 2[e] ordre. En effet, je prends cinq points sur α', et trois sur α''; si je coupe ces deux courbes par un plan arbitraire, j'aurai quatre points qui détermineront une troisième courbe du 2[e] degré qui variera de nature et de position dans ce plan avec les cinq points que j'y choisirai.

L'on peut encore de ce qui précède, déduire cette conséquence, savoir : que *l'on peut toujours faire passer une surface du* 2[e] *ordre, par trois courbes du* 2[e] *degré, enveloppées deux à deux par une surface conique.*

L'on sait que si, par chacun des points d'une droite P, tracée arbitrairement dans le plan d'une courbe du 2[e] degré, l'on mène deux tangentes à cette courbe, toutes les cordes de contact se coupent en un point p, le point p est nommé *pôle*, et la droite P, *polaire* de la courbe.

Je nomme la droite L, intersection des plans de deux courbes planes α' et α'', situées sur un cône du 2[e] degré, la *polaire commune* de ces deux courbes. La droite cs, qui unit les sommets c et s, des deux cônes C et S qui enveloppent α' et α'', formera avec L un système que je désigne par le nom de *polaires réciproques*.

La droite cs perce les plans de α' et α'' en deux points, l' et l'' qui sont les *pôles* de ces courbes, et dont L sera la *polaire* commune. En effet, si par un point arbitraire pris sur la droite L, je mène deux tangentes à α' et deux tangentes à α''; et si je nomme p' et q' les points de contact sur α', et p'' et q'' les points de contact sur α'', et l le point pris sur L, il est évident que les points p', q', p'', q'', formeront un quadrilatère (*fig.* 20), dont les côtés opposés $p'p''$ et $q'q''$ seront des génératrices du cône C, et dont les diagonales $p'q''$ et $p''q'$ seront des génératrices du cône S,

Puisque par la droite cl l'on pourra mener deux plans tangents au cône C, et par la droite sl, deux au cône S; les quatre points p', p'', q', q'', seront donc dans un plan passant par la droite cs, qui unit les deux sommets des cônes C et S.

Les côtés $p'q'$ et $p''q''$ du quadrilatère, qui sont les cordes de contact par rapport aux courbes α' et α'', passeront donc toujours, le premier par le point l' intersection de cs et du plan α', le second par le point l'' intersection de cs et du plan α'', donc etc.

Maintenant, il est évident que si, par la droite L, l'on fait passer une série de plans coupants, l'on obtiendra, pour sections dans le cône C ou S, une série de courbes planes β, β', β'', etc., qui pourront être unies deux à deux par des cônes dont les sommets seront tous distribués sur la droite cs.

L'on a vu plus haut que si les deux cônes C' et C'', ayant pour bases les courbes α' et α'', situées sur les deux cônes C et S, ayant pour sommets c et s, avaient leurs sommets c' et c'' sur une droite D, passant par C ou S, ils se coupaient suivant deux courbes planes β et γ.

Le plan de l'une de ces courbes passait toujours par la droite L, intersection des plans de α' et α'', et celui de l'autre ne passait aussi par cette droite, que dans le cas où D se confondait avec la droite cs. Donc, en général, le plan de la seconde courbe coupe le plan de α' suivant L', et le plan de α'' suivant L''. Les trois droites L, L', L'' se couperont en un point l, qui sera celui par lequel passe la droite, intersection des deux plans de β et γ. Le point l et les droites L', L'' varient avec la position de la droite D.

Si, par le point l, l'on mène deux plans tangents aux cônes C' et C'', les quatre génératrices de contact seront dans un plan R, passant par la droite D et par cs; alors, le point l sera *pôle commun*, et le plan R sera *plan polaire commun* du système des deux cônes C' et C''.

Il est évident que si, sur la droite L, l'on prend un point a arbitraire; et que, par ce point, l'on mène deux tangentes à α'

et à α'', les deux cordes se couperont en un point situé sur L.

Si, maintenant, nous supposons que les deux courbes sont situées sur un plan, au lieu d'être sur un cône, toutes les propriétés qui existaient dans l'espace vont apparaître, mais avec des modifications.

Nous devons donc supposer que les deux courbes ne sont point intérieures l'une par rapport à l'autre, c'est-à-dire, que l'on peut leur mener deux ou trois ou quatre tangentes communes; qu'elles ne se coupent qu'en deux points, ou ne se touchent qu'en un; en un mot, qu'elles n'ont au plus que deux points communs, ou aucun.

Je ne puis, de ce qui précède, déduire les propriétés des courbes intérieures, ou qui auraient quatre points communs. Ces cas ne peuvent être déduits que de l'examen des propriétés polaires de deux surfaces générales du 2e degré, en considérant les courbes situées dans un plan, comme l'intersection de ce plan et de deux surfaces symétriques par rapport à lui.

Supposons que l'on ait deux courbes α' et α'' sur un plan, et telles que l'on puisse leur mener quatre tangentes communes, savoir :

t et t', tangentes intérieures, qui se coupent en c, de manière que t touche α' et α'' aux points m' et m'', et que t' touche les mêmes courbes aux points n' et n'';

T et T', tangentes extérieures, qui se coupent en S, de manière que T touche α' et α'' aux points M' et M'', et que T' touche les mêmes courbes aux points N' et N''.

Si l'on suppose que α' est la base d'un cône C'; et α'', d'un cône C''; et de plus, que c' sommet de C', et c'' sommet de C'' sont sur une droite passant par s ou c, ces deux cônes se couperont suivant deux courbes planes β, γ, puisqu'ils auront deux plans tangents communs.

De là résultent les propriétés suivantes :

1° Si, par le point s ou c, l'on mène une sécante quelconque, l'on obtient quatre points p', q' sur α', et p'', q'' sur α'', tels que les tangentes à α', aux points p', q', sont coupées par les tangentes à α'' en p'', q'' en quatre points, qui, deux à deux,

déterminent deux droites invariables, qui sont dans le plan ce qu'étaient dans l'espace les droites L, L', L''; c'est-à-dire, les traces des plans des courbes β et γ, intersections des cônes C' et C''.

2° La droite *cs* coupera les deux courbes α' et α'' en deux points chacune, et les quatre tangentes en ces points se croiseront en un seul point, qui sera l'analogue du point l de l'espace où se croisaient les trois droites L, L', L''. Ce point sera le *pôle commun*, et *cs* sera la *polaire commune* de α' et α'' : *cs* contiendra les *deux pôles* de la droite qui correspond à L de l'espace, c'est-à-dire, le *pôle* par rapport à α', et celui par rapport à α''.

3° Si, sur la droite qui correspond à L, l'on prend un point arbitraire, et que de ce point l'on mène deux tangentes à α', et deux à α''; la corde de contact de α', viendra couper celle de α'' en un point situé sur cette même droite, analogue de L.

4° Enfin l'on pourra évidemment déduire toutes les propriétés des points de concours connus jusqu'à présent :

Ainsi, les droites $m'n'$, $m''n''$, M'N', M''N'' se croisent au point analogue de l.

Ainsi, quand par c ou s, l'on mène une droite arbitraire x, coupant α' aux point z', y', et α'' aux points z'', y''; si, par le point analogue de l, l'on mène des droites, passant par ces quatre points z', y', z'' y'', elles couperont respectivement α' et α'' en quatre points $z'_{,}$, $y'_{,}$, $z''_{,}$, $y''_{,}$, qui seront sur une ligne droite passant par c ou s.

Si l'on fait glisser une droite AB entre deux axes rectangulaires, la courbe à laquelle cette droite restera tangente, a pour équation $x^{2/3}+y^{2/3}=D^{2/3}$, D étant cette droite. Le milieu de la droite décrira un cercle et tout autre point une ellipse. Question proposée à la page 64 du IIIe vol., et résolue par M. A. Leschevain.

Démontrons d'abord la dernière partie de la proposition. Soit n un point de la droite; $nm=y$, $cm=x$, (*fig.* 21) :

faisons $An = h$, $nB = k$, le triangle rectangle nmB donne

$$k^2 = y^2 + \overline{mB}^2;$$

mais on a $$\frac{mB}{Cm} = \frac{nB}{An}$$

d'où $$mB = \frac{kx}{h}.$$

Remplaçons mB par cette valeur, il viendra

$$k^2 = y^2 + \frac{k^2 x^2}{h^2};$$

ou bien $$k^2 h^2 = y^2 h^2 + k^2 x^2$$

équation d'une ellipse qui a son centre au point C. Si le point n est pris sur le milieu de la droite AB,

$$An = nB, \ k = h = \frac{D}{2},$$

l'équation précédente devient

$$x^2 + y^2 = \frac{D^2}{4}.$$

c'est l'équation d'un cercle qui a son centre à l'origine C des coordonnées, et dont le rayon est $\frac{D}{2}$ la moitié de la droite donnée.

Cherchons maintenant l'équation de la courbe à laquelle la droite AB reste tangente.

Soit n le point de tangence, tang. $nBc' = y'$

on a $$y'^2 = \frac{\overline{Ac}^2}{\overline{Bc}^2}.$$

et comme $\overline{Ac}^2 = D^2 - \overline{Bc}^2$

il vient $y'^2 = \frac{D^2 - \overline{Bc}^2}{\overline{Bc}^2}$.

Le triangle nmB donne $mB = -\frac{y}{y'}$,

d'où $BC = x - \frac{y}{y'}$,

et remplaçant $y'^2 = \frac{D^2 - \left(x - \frac{y}{y'}\right)^2}{\left(x - \frac{y}{y'}\right)^2}$.

Simplifiant, il vient

$$xy' - y = \frac{Dy'}{\sqrt{y'^2 + 1}}.$$

Il faut intégrer cette équation : à cet effet mettons-la sous la forme $y = xy' - \frac{Dy'}{\sqrt{y'^2 + 1}}$.

Différentions :

$$dy = y'dx + dy'\left\{x - \frac{D}{(1 + y'^2)^{3/2}}\right\}.$$

Comme $dy = y'\,dx$,

il faut que $dy'\left\{x - \frac{D}{(1 + y'^2)^{3/2}}\right\} = 0$.

On satisfait à cette équation en égalant à zéro chacun de ses facteurs, donc $dy' = 0$. et $x - \frac{D}{(1 + y'^2)^{3/2}} = 0$.

mais $dy' = 0$ donne $y' =$ constante.

Cette valeur ne peut répondre à notre question, puisque l'inclinaison de la tangente AB sur l'axe des x varie : prenons

donc $$x-\frac{D}{(1+y'^2)^{3/2}}=0$$

d'où l'on tire $$y'=\frac{\sqrt{(D^{2/3}-x^{2/3})}}{x^{1/3}}.$$

Remplaçons y' par cette valeur dans l'équation que nous devions intégrer, il viendra $y^{2/3}=D^{2/3}-x^{2/3}$. C'est l'équation de la courbe cherchée. Si l'on y fait $x=0$, il vient $y=D$; si l'on y fait $y=0$, il vient $x=D$: donc la courbe coupe les axes des coordonnées en deux points dont la distance à l'origine est D.

ANALYSE.

Autre solution du problème résolu à la page 124 de ce volume, par M. Pagani, professeur extraordinaire à l'Université de Louvain.

En dénotant par i un nombre entier quelconque, et par x_i la seconde partie de ce nombre, l'énoncé de la question fournira les relations

$$(1)\qquad rx_{i+1}=i-x_i,$$

$$(2)\qquad x_{n+1}=x_1.$$

Posons, pour plus de simplicité $k=-r$, et nous aurons, en intégrant l'équation (1),

$$x_{i+1}=\frac{x_1}{k_i}-\frac{1-(i+1)k^i+ik^{i+1}}{k^i(1-k)^2}.$$

Faisons maintenant $i=n$ dans cette dernière équation, et nous trouverons, en vertu de la relation (2),

$$x_1=\frac{1-(n+1)k^n+nk^{n+1}}{(1-k^n)(1-k)^2}.$$

Partant $$x_{i+1}=\frac{1-k^n+(1-k)(i-ik^n-nk^{n-i})}{(1-k^n)(1-k)^2},$$

ou bien $$x^{i+1}=\frac{1}{(1+r)^2}+\frac{i}{1+r}-\frac{n(-r)^{n-i}}{(1+r)(1-(-r)^n)}.$$

Cette dernière formule servira à calculer toutes les inconnues du problème.

Louvain, le 20 juillet 1827.

MÉCANIQUE.

Suite du Mémoire de M. Gerono, professeur des pages du roi de France (*voyez* le numéro précédent).

N° 7. *Soient* p_1, p_2, ... p_n, *les côtés successifs d'un polygone plan : si d'un point F, pris dans son intérieur* (fig. 22), *on mène les droites* FP_1, FP_2, ... FP_n, *proportionnelles aux côtés* p_1, p_2, ... p_n, *et faisant avec eux des angles droits, F sera le centre des moyennes distances de* P_1, P_2, ... P_n.

Car, si d'un autre point F', pris arbitrairement dans l'intérieur du polygone, on abaisse sur les directions FP_1, FP_2, ... FP_n, les perpendiculaires $F'P'_1$, ... $F'P'_n$, on aura toujours :

$$FP'_1\times FP_1+FP'_2\times FP_2+\ldots\ldots+FP'_n\times FP_n=0\ldots.(1),$$

puisque les segmens FP'_1, FP'_2, ... FP'_n, étant égaux aux diffé-

rences des perpendiculaires abaissées des points F', F, sur les côtés p_1, p_2, ...p_n, le premier membre de l'équation (1), n'est autre chose que la différence de deux expressions qui sont, l'une et l'autre, dans le même rapport avec la surface du polygone. Or, si l'équation (1) existe, F est le centre des moyennes distances des points P_1, P_2, ...P_n (n° 4. 5°).

Il est facile de généraliser cette proposition, et de prouver qu'il suffit que les droites FP_1, ...FP_n, soient proportionnelles aux côtés du polygone, *et fassent avec eux des angles égaux*, pour que F soit le centre des moyennes distances de P_1, P_2, ...P_n.

N° 8. *Soient* p_1, p_2, ...p_n, *les côtés successifs d'un polygone quelconque fermé : si, par un point quelconque de l'espace, on mène les lignes droites* FP_1, FP_2, ...FP_n *égales et parallèles, chacune à chacun des côtés de ce polygone, et menées dans le sens du périmètre; le point F sera le centre des moyennes distances de* P_1, P_2, ...P_n.

En effet, en projetant FP_1, FP_2, ...FP_n, sur un plan quelconque, les projections de ces lignes, que l'on peut désigner par $F'P'_1$, $F'P'_2$...$F'P'_n$, seront égales et parallèles aux projections des côtés p_1, p_2, ...p_n sur le même plan.

Or, ces dernières projections déterminant un polygone fermé, il faut, d'après l'article précédent, que F' soit le centre des moyennes distances de P'_1, P'_2, ...P'_n; et, par conséquent, F doit être le centre des points P_1, P_2, ...P_n (n° 1).

N° 9. *Si, d'un point F, situé dans l'intérieur d'un polyèdre dont les faces ont pour expression* p_1, p_2, ... p_n; *on conduit des droites* FP_1, FP_2, ...FP_n, *proportionnelles à* p_1, p_2...p_n, *et, faisant des angles droits avec les plans de ces faces, le point F sera le centre des moyennes distances de* P_1, P_2, ...P_n.

La démonstration de ce principe est entièrement semblable à celle du n° 7.

Cela posé, soient p_1, p_n un polygone plan et sa projection orthogonale sur un plan quelconque. En joignant les sommets homologues des polygones p_1, p_n, on forme un polyèdre,

dont les faces latérales perpendiculaires à p_n, pourront être désignées par p_2, p_3 ... p_{n-1}. Si, maintenant, d'un point situé dans l'intérieur de ce polyèdre, on conduit des droites FP_1, FP_2, ... FP_n, perpendiculaires et proportionnelles à p_1, p_2 .... p_n, F sera le centre des moyennes distances de P_1, P_2 ... P_n, par conséquent, la somme des projections de FP_1, FP_2, ... FP_n sur FP_n, égalera zéro (n° 4, 3°). Mais les droites FP_2, FP_3, ... FP_{n-1}, étant perpendiculaires à FP_n, leurs projections sur FP_n sont nulles d'elles-mêmes; il faut donc que la projection de FP_1 soit égale et directement opposée à FP_n. Ainsi, en se bornant à la recherche du rapport, qui existe entre la surface projetée p_1 et sa projection p_n, si l'on représente la première par une droite FP_1, perpendiculaire à son plan, la projection de FP_1, sur un axe perpendiculaire à p_n, pourra représenter cette dernière surface *.

En général, si p_1, p_2, ... p_n sont des polygones plans donnés dans l'espace; et OP_1, OP_2, ... OP_n des droites issues d'un point, de directions perpendiculaires aux plans des polygones, et dont les longueurs proportionnelles aux aires p_1, p_2, ... p_n, peuvent servir à les représenter, la somme des projections des polygones p_1, p_2 ... p_n sur un plan quelconque, pourra être désignée par la somme des projections de OP_1, ... OP_n, sur un axe perpendiculaire à ce plan.

Maintenant, menons du point O une droite OF, au centre des moyennes distances des points P_1, P_2, ... P_n, et concevons un nouveau polygone f dont le plan soit perpendiculaire à OF, et la surface représentée par OF. Les propositions des n°s 2 et 4, conduiront immédiatement aux propriétés suivantes :

1° *La projection du polygone* f *sur un plan quelconque, est toujours moyenne entre les projections de* p_1, p_2, ... p_n, *sur le même plan.*

---

* On sait, d'ailleurs, que $P_n = P_1 \times \cos. \widehat{p_n\, p_1}$. ($\widehat{p_n\, p_1}$ désignant l'angle plan p_1, p_n).

2° *La somme des projections de* p_1, p_2, ... p_n, *sur tous les plans qui font avec* f *des angles égaux, est constamment la même;*

3° *La somme des projections de* p_1, p_2, ... p_n, *sur un plan parallèle à celui du polygone* f, *est égale à* n *fois la surface de ce polygone, et c'est la plus grande valeur que puisse acquérir la somme des projections de* p_1, p_2, ... p_n;

4° *La somme des projections de* p_1, p_2, ... p_n, *sur un plan perpendiculaire à* f, *est nulle;*

5° Enfin, *si les droites* OP_1, OP_2, ... OP_n, *qui représentent les polygones* p_1, p_2, ... p_n, *ont des directions et des longueurs telles, que le point O soit le centre des moyennes distances de* P_1, P_2, ... P_n, *la somme des projections des polygones* p_1, p_2, ... p_n *est toujours nulle, quelle que soit la position du plan sur lequel on projette ces polygones.*

De là résulte une solution fort simple de ce problème : *des polygones plans étant donnés dans l'espace, déterminer la position d'un plan sur lequel, projettant ces polygones, la somme de leurs projections soit égale à une surface donnée, et s'il fallait que la somme de ces projections fût un maximum, la solution ne serait pas moins évidente.*

N° 10. Si l'on mène dans le plan d'un polygone, des droites $A_1 B_1$, ... $A_n B_n$ égales et parallèles à ses côtés, et que d'un point quelconque, pris dans le même plan, on abaisse des perpendiculaires MC_1, MC_2, ... MC_n sur les lignes $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, ... $A_n B_n$ (*fig.* 23). La somme des lignes $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, ... $A_n B_n$, multipliées respectivement par les perpendiculaires MC_1, MC_2, ... MC_n sera constante, quelles que soient les positions des lignes $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, ... $A_n B_n$ et celle du point M.

En effet, par un point invariable F pris sur le plan des droites $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, ... $A_n B_n$, menons les droites FP_1, FP_2, ... FP_n égales et parallèles à $A_1 B_1$, ... $A_n B_n$, le point F sera le centre des moyennes distances des points P_1, P_2 .... P_n (n° 7); cela posé, la différence qui existe

entre la somme des produits $A_1 B_1 \times MC_1$, $A_2 B_2 \times MC_2$, ... $A_n B_n \times MC_n$ et celle des produits des mêmes lignes $A_1 B_1$,...$A_n B_n$, multipliées respectivement par les perpendiculaires abaissées sur leurs directions du point F, est évidemment égale à la somme des produits $FP_1 \times MP_1$,.... $FP_n \times MP_n$; mais cette dernière somme est nulle, (nº 4, 6º). Donc, les deux premières sont égales, et par conséquent le principe est démontré.

Nº 11. Considérons maintenant des droites $A_1 B_1$,.... $A_n B_n$ (*fig.* 24,) dirigées d'une manière quelconque dans l'espace.

Soient OP_1, OP_2,...OP_n des lignes égales et parallèles à $A_1 B_1$, $A_2 B_2$,...$A_n B_n$, menées par un point quelconque O, et F le centre des moyennes distances de P_1, P_2,....P_n.

La somme des plus courtes distances des droites $A_1 B_1$, $A_2 B_2$,...$A_n B_n$, à un axe XY parallèle à OF, multipliées par leurs projections sur un plan perpendiculaire à XY, est une quantité constante, quelle que soit la position de cet axe dans l'espace.

Car, si l'on désigne par O′, F′, P'_1,....P'_n, A'_1,....A'_n, B'_1,...B'_n les projections de O, F, P_1,...P_n, A_1,....A_n, B_1,....B_n; sur le plan dont il s'agit; les points O′, F′ coïncideront, puisque OF est perpendiculaire à ce plan. Par conséquent O′ est le centre des moyennes distances de P'_1,...P'_n, et les droites $A'_1 B_1$, $A'_2 B'_2$,....$A'_n B'_n$ étant égales et parallèles à $O' P'_1$,....$O' P'_n$, il en résulte (nº 10) que la somme de ces lignes multipliées par leurs distances à un point quelconque de leur plan, ou par les distances des lignes $A_1 B_1$, $A_2 B_2$,....$A_n B_n$ à un axe quelconque, perpendiculaire au plan de projection est constante.

Les lignes $A'_1 B'_1$,.....$A'_n B'_n$ multipliées par leurs distances à un point quelconque O′ de leur plan, donnent des produits proportionnels aux surfaces des triangles $O' A'_1 B'_1$, $O' A'_2 B'_2$,.....$O' A'_n B'_n$ qui sont les projections des triangles $OA_1 B_1$,....$OA_n B_n$; donc, *si l'on projette, sur un plan perpendiculaire à la direction OF, les triangles $OA_1 B_1$, ...$OA_n B_n$, formés en unissant les extrémités des droites*

$A_1 B_1$, ... $A_n B_n$, à un point quelconque O, la somme de ces projections est constante, quelle que soit la position du point O.

Cela posé, soient OQ_1, ... OQ_n des droites perpendiculaires aux plans $OA_1 B_1$, ... $OA_n B_n$ et proportionnelles aux surfaces de ces triangles; et G le centre des moyennes distances de Q_1, Q_2, ... Q_n.

On sait (nº 9), que la somme des projections des triangles $OA_1 B_1$, ... $OA_n B_n$ sur un plan perpendiculaire à OF, est représentée par *n* fois la projection de OG sur OF; donc, la projection de OG sur OF est une quantité constante.

Si on désigne par X, Y, Z, les projections de OF sur trois axes rectangulaires OX, OY, OZ, et par *l*, *m*, *n*, les projections de OG sur les mêmes axes, il sera facile de voir que la somme

$$l \times X + m \times Y + n \times Z \text{ est constante.}$$

Car, en projetant OF sur les trois axes OX, OY, OZ, on détermine un parallélipipède. Le centre des moyennes distances des extrémités de ces projections, est situé sur la diagonale OF, au tiers de sa longueur (nº 5) : la somme des quantités $l \times X$, $m \times Y$, $n \times Z$, est donc égale au produit de OF par la projection de OG sur OF, c'est-à-dire, au produit de deux quantités invariables.

Remarque. La diagonale OF étant égale à $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$, la projection de OG sur OF, a pour expression :

$$\frac{l \times X + m \times Y + n \times Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}.$$

Lorsque le point O est le centre des moyennes distances de P_1, P_2, ... P_n, la somme des projections des triangles $OA_1 B_1$, ... $OA_n B_n$ est constante pour chaque plan, quelle que soit la position du point O.

Car la projection de O, sur un plan quelconque, est toujours le centre des moyennes distances de $P_1, \ldots P_n$.

Il suit encore delà que, dans cette supposition, la projection de OG, sur un axe quelconque, reste toujours la même, quel que soit le point O.

Par conséquent, lorsque le point O est le centre des moyennes distances de P_1, $P_2, \ldots P_n$, la grandeur et la direction de OG sont invariables.

Si, le point O n'étant pas le centre de $P_1, \ldots P_n$, l'angle FOG est droit, la somme des triangles $OA_1\,B_1, \ldots OA_n\,B_n$, sur un plan perpendiculaire à OF, sera nulle.

Car, la projection de OG sur OF, est alors nulle.

Enfin, supposons que, dans une position déterminée, le point O soit à la fois le centre des moyennes distances de $P_1, \ldots P_n$ et de $Q_1, \ldots Q_n$, je dis que la somme des projections des triangles $OA_1\,B_1, \ldots OA_n\,B_n$, sur un plan quelconque, sera toujours nulle, quelle que soit la position que le point O prenne ensuite dans l'espace.

En effet, la somme des projections des triangles $OA_1\,B_1$, $\ldots OA_n\,B_n$ est constante pour chaque plan, puisque le point O est le centre de P_1, $P_2 \ldots P_n$ (pag. 15).

Il suffit donc de démontrer que, dans une position particulière du point O, cette somme de projections est nulle; or, elle est nulle lorsque, conformément à la supposition faite, le point O est le centre des moyennes distances de Q_1, $Q_2, \ldots Q_n$. (N° 9, 5°.)

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

PHYSIQUE.

Extrait d'une lettre *sur un principe d'optique et sur une expérience concernant l'écoulement des fluides*. Par M. Hachette, de la Faculté des Sciences de Paris.

J'ai vérifié ce que vous dites (*) sur les courbes du second degré par le petit calcul suivant :

Coordonnées du point lumineux $x=a$, $y=0$; équation du cercle ... $x'^2+y'^2=r^2$ ... (1); équation de la tangente à la section conique

$$\ldots yy'+x'(x+a)=r^2+ax \ldots (2);$$

Relation entre les coordonnées x', y' du point d'incidence d'un rayon lumineux :

$$yx'-(x+a)y'=0 \ldots (3).$$

Eliminant x', y', entre les équations (1), (2), (3), on a, pour la section conique :

$$(r^2+ax)^2=r^2[y^2+(x+a)^2] \ldots (4).$$

(*) *Voyez* page 73 du numéro précédent.

Développant cette équation (4), le terme $2\,ar^2\,x$, linéaire par rapport a x disparaît, ce qui confirme les propriétés de votre caustique. Je ne vous présente ce petit calcul que pour vous faire voir que j'ai lu les pages 73 à 75 du cahier qui m'est parvenu hier.

Si vous avez encore l'occasion de vous occuper de la combinaison du choc des fluides et de l'air atmosphérique, vous pourrez vérifier facilement ce que j'ai avancé sur l'identité des effets de l'air et de l'eau, en ajoutant le petit tuyau de fer-blanc qui sert pour le mouvement de l'air, à l'extrémité d'un autre tuyau en verre, plus long et d'un plus grand diamètre, ainsi que l'indique la figure 25. Soufflant en A, l'eau du tube AB s'écoule entre les deux plaques DD', qui sont retenues à une très-petite distance l'une de l'autre, tant que l'écoulement a lieu. Au lieu du tube de verre, on pourrait se servir d'un matras à deux tubulures, qui contiendrait plus d'eau; alors l'expérience durerait plus longtemps.

Paris, le 23 juillet 1827.

Explication mathématique du phénomène acoustique, connu sous le nom de Résonnance; par M. Pagani, professeur extraordinaire à l'Université de Louvain.

Si l'on fait résonner un corps sonore, on entend, outre le son principal et son octave, deux autres sons très-aigus, dont l'un est la douzième au-dessus du son principal, c'est-à-dire, l'octave de la quinte de ce son; et l'autre est la dix-septième majeure au-dessus de ce même son, c'est-à-dire, la double octave de sa tierce majeure. Ce fait, qui est le fondement sur lequel *Rameau* a élevé tout le système musical, a reçu le nom de *Résonnance du corps sonore;* et la théorie des cordes vibrantes n'a pu fournir à *Lagrange* une explication suffisante de ce phénomène. Voici comment cet illustre géomètre s'est exprimé à la page 413, du Ier volume de la Mécanique analytique.

« Si ces sons harmoniques sont en effet produits par la » même corde, en même temps que le son principal, il faut » supposer que la corde fait à la fois des vibrations entières » et des vibrations partielles, et que ses vibrations effectives » sont composées de ces différentes vibrations, comme tout » mouvement peut être composé ou regardé comme composé » de plusieurs autres mouvemens. » Ensuite il ajoute que : « les séries qui pourraient donner ces différens sons disparais- » sent de la formule (dans le cas particulier d'une corde vi- » brante); et qu'ainsi : on ne peut s'expliquer d'une manière » plausible la coexistence des sons harmoniques, par la for- » mule de *Daniel Bernouilli.* »

Nous conviendrons, avec l'auteur de la Mécanique analytique, que la formule générale, qui exprime la nature du mouvement d'une corde mise en vibration d'une manière quelconque, ne donne point l'explication de la *Résonnance*, lorsque l'état initial de la corde est arbitraire; mais nous ferons observer que, l'existence de ce phénomène n'ayant été prouvée par l'expérience que dans quelques cas particuliers, il suffit que la formule générale soit d'accord avec l'expérience dans ces mêmes cas. C'est ce que nous allons entreprendre de prouver.

Il y a deux moyens fort simples de faire résonner une corde, et que l'on emploie presque toujours; c'est de frapper la corde avec un petit marteau, ou de la pincer. Nous commencerons par le premier de ces deux cas, les seuls qu'il soit nécessaire d'examiner dans le but que nous nous sommes proposé.

Soit AB une corde d'instrument, tendue horizontalement par un poids P, et mise en vibration par un petit coup de marteau, à l'instar de celles d'un *piano;* il est clair que cela revient à supposer que la figure initiale de la corde est une ligne droite, et que tous les points de la petite portion mn, prise sur sa longueur, ont reçu une vitesse initiale V, par l'action du petit marteau.

Après un temps quelconque t; prenons la droite AB pour axe des x, et la perpendiculaire à cette droite, menée par

l'origine A dans le plan de la corde, pour axe des y; dénotons en outre par

l la longeur de la corde AB,
M sa masse.
α la distance Am,
β la distance An,
g la vitesse acquise par un corps libre après une seconde,
π la longueur de la demi-circonférence dont le rayon est 1,
a la quantité $gl\frac{P}{M}$.

Cela posé, l'équation du mouvement de la corde nous donnera

$$(1)\ y=\frac{4\,lV}{\pi^2\sqrt{a}}\Sigma\frac{1}{\nu^2}\sin.\ \nu\pi\left(\frac{\beta+\alpha}{2\,l}\right)\sin.\ \nu\pi\left(\frac{\beta-\alpha}{2\,l}\right)\sin.\ \nu\pi\frac{x}{l}\sin.\ \nu\pi\frac{t\sqrt{a}}{l}$$

Dans cette formule, le signe Σ se rapporte seulement aux valeurs entières de ν, qui varient depuis 1 jusqu'à l'∞. La démonstration de ce résultat se trouve dans mon Mémoire sur le mouvement d'un fil flexible, que l'Académie Royale des sciences de Bruxelles a fait imprimer dans le volume des prix pour l'année 1825. Nous allons expliquer, au moyen de la formule ci-dessus, le phénomène de la résonnance des corps sonores.

Il nous faut, pour cela, développer le second membre de l'équation (1); et nous rendrons ce développement très-simple en posant:

$$\varepsilon=\frac{4\,lV}{\pi^2\sqrt{a}},\ \lambda=\frac{\beta+\alpha}{2},\ \varkappa=\frac{\beta-\alpha}{2};$$

ce qui changera d'abord la formule (1) dans celle-ci

$$y=\varepsilon\,\Sigma\frac{1}{\nu^2}\sin.\ \nu\pi\frac{\lambda}{l}\sin.\ \nu\pi\frac{\varkappa}{l}\sin.\ \nu\pi\frac{x}{l}\sin.\ \nu\pi\frac{t\sqrt{a}}{l}.$$

Maintenant, si nous donnons à ν successivement toutes les valeurs qu'elle peut avoir, nous aurons ;

$$(2)\quad \frac{y}{\varepsilon}=\sin.\frac{\pi\lambda}{l}\sin.\frac{\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{\pi x}{l}\sin.\frac{\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\frac{1}{4}\sin.\frac{2\pi\lambda}{l}\sin.\frac{2\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{2\pi x}{l}\sin.\frac{2\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\frac{1}{8}\sin.\frac{3\pi\lambda}{l}\sin.\frac{3\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{3\pi x}{l}\sin.\frac{3\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\frac{1}{16}\sin.\frac{4\pi\lambda}{l}\sin.\frac{4\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{4\pi x}{l}\sin.\frac{4\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\frac{1}{32}\sin.\frac{5\pi\lambda}{l}\sin.\frac{5\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{5\pi x}{l}\sin.\frac{5\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\frac{1}{64}\sin.\frac{6\pi\lambda}{l}\sin.\frac{6\pi\varkappa}{l}\sin.\frac{6\pi x}{l}\sin.\frac{6\pi t\sqrt{a}}{l}$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{à l'infini.}$$

A la simple inspection du second membre de l'équation (2), il est facile de voir que le son principal de la corde sera donné par le premier terme, et que les sons harmoniques successifs, c'est-à-dire l'octave, la douzième, la double octave, la dix-septième, l'octave de la douzième, etc., seront données par les termes suivans. D'ailleurs, le premier terme étant plus grand que tous les autres pris ensemble, le son principal dominera parmi tous les autres ; et comme la série est extrêmement convergente, il n'y aura que les premiers des harmoniques qui se feront entendre en même temps. Nous pouvons donc conclure que notre formule explique parfaitement le phénomène de la *résonnance*. Nous ajouterons seulement quelques remarques :

1° Si le milieu du marteau frappait le milieu de la corde, on aurait visiblement $\lambda=\frac{l}{2}$; et alors les termes qui occupent

un rang pair disparaîtraient de la série (2). Par conséquent, la corde ne ferait point entendre ni l'octave, ni la double octave du son principal.

2° Si le milieu du marteau tombe sur le tiers de la longeur de la corde, on trouve $\lambda = \frac{l}{3}$; et il est facile de voir qu'alors la douzième et toutes ses octaves, ne se feront point entendre avec les autres harmoniques.

3° Enfin si le milieu de la partie qui reçoit le coup du marteau, était sur le 5me de la longueur de la corde, on n'entendrait point la dix-septième, ni ses octaves.

Comme l'expérience que nous indiquons ici est très-facile à faire; nous engageons les amateurs à la tenter, pour confirmer ou détruire ce résultat du calcul.

Il nous faut maintenant examiner le cas où la corde est mise en vibration en la pinçant, c'est-à-dire, lorsqu'on soulève tant soit peu un de ses points, de manière à faire prendre à la corde la figure formée par deux lignes droites passant par ses extrémités fixes, et se coupant au point qui a été écarté.

L'état initial de la corde étant donné par cette figure, et en conservant les dénominations établies, nommons X l'abscisse et γ l'ordonnée du point d'intersection des deux droites dont nous venons de parler, et faisons, pour abréger, $\frac{2\,Y\,l^2}{X\,(l-X)\,\pi^2} = \gamma$; nous aurons cette formule extrêmement simple

$$(3) \quad y = \gamma \Sigma \, \frac{1}{\nu^2} \sin.\, \nu\pi \frac{X}{l} \sin.\, \nu\pi \frac{x}{l} \cos.\, \nu\pi \frac{t\sqrt{a}}{l},$$

qui servira à la détermination du mouvement vibratoire de la corde pincée.

En développant le second membre de la formule (3), par la substitution successive de tous les nombres entiers à la place de ν, on verra aisément que la corde doit faire entendre, en même temps, le son fondamental et ses premiers harmoniques, conformément à l'expérience.

Ici, comme dans l'exemple précédent, la corde ne ferait point entendre les octaves du son fondamental, si on la pinçait juste au milieu de sa longueur; de même, on n'entendrait point la douzième et ses octaves, en pinçant la corde au tiers de sa longueur, etc.

D'après ce qui précède, nous sommes en droit de conclure que, si on traduisait en analyse le moyen employé pour tirer d'une corde le son fondamental et ses premiers harmoniques; en appliquant la formule générale du mouvement des cordes vibrantes à ce cas, on en déduirait toujours l'explication mathématique de ce singulier phénomène.

MÉTÉOROLOGIE.

Mémoire sur les observations météorologiques, faites à l'observatoire royal de Paris; par A. Bouvard, de l'Académie Royale des sciences de Paris. (1).

Les observations météorologiques que je me suis proposé de discuter dans ce Mémoire, sont au nombre de plus de cent mille, tant barométriques que thermométriques; elles sont extraites de la grande collection d'observations de même nature dont les astronomes de l'observatoire, et la personne préposée pour cet objet, forment depuis plusieurs années un recueil précieux, tant pour fournir des données à la météorologie, que pour leur utilité dans les calculs des phénomènes célestes.

Ces observations ont été faites régulièrement et sans interruption, jour par jour au lever du soleil, à neuf heures du matin, à midi, à trois et à neuf heures du soir : celles qui sont relatives à la marche du baromètre embrassent un in-

---

(1) On ne connaît encore ce Mémoire que par un extrait qui parut dans *le Globe*. A. Q.

tervalle de onze années complètes, comprises entre le premier janvier 1816 et le premier 1827; et celles qui concernent la marche du thermomètre forment une série de vingt et une années, qui s'étendent depuis le 1er janvier 1806 jusqu'au 1er février 1827.

Je n'entrerai point dans les détails des longs calculs que cette discussion m'a donné occasion d'effectuer; je les ai consignés dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'académie, et à la suite duquel on trouvera les nombreux tableaux qui en renferment toutes les conséquences. Je me bornerai donc ici à communiquer les résultats les plus dignes d'intéresser les savans qui s'occupent de météorologie.

Les tableaux I, II, III et IV mettent d'abord en évidence les variations régulières du baromètre et les valeurs des principales périodes du jour à la latitude de Paris; on trouve ainsi que par onze années, la période de neuf heures du matin à trois heures du soir est égale à 0mm,763, et que celle de trois heures à neuf heures du soir n'est que de 0mm,373, c'est-à-dire, environ la moitié de la première. Ces tableaux montrent non-seulement les différences de hauteur qui existent entre les diverses heures du jour, mais encore celles qui ont lieu d'un mois à l'autre aux mêmes heures. Il en résulte la confirmation des remarques importantes que M. *Ramond* (1), notre confrère, a faites depuis long-temps, savoir, que le choix des heures et des mois d'observation n'est pas indifférent quand il s'agit de déterminer la pression moyenne de l'atmosphère et de l'étendue de la période diurne dans un lieu donné. A l'égard de la pression moyenne de l'atmosphère à Paris, les plus grandes hauteurs barométriques de l'année semblent avoir lieu au mois de janvier, et les plus petites aux mois d'avril et d'octobre. L'excès du *maximum* sur le *minimum* est de 3mm,39; quantité qui indique que l'incertitude de la hauteur moyenne absolue du baromètre est d'envi-

(1) M. *Ramond* est mort le 15 mai 1827, deux mois environ, après le décès de l'illustre auteur de la Mécanique Céleste!

ron $0^{mm},15$ en plus ou moins. A l'égard de la période barométrique de 9 heures du matin à trois du soir, les tableaux montrent que la valeur, pendant les mois de novembre, décembre et janvier est certainement moins considérable que celle qu'elle a dans les trois mois suivans, février, mars et avril, et que pendant les six autres mois de l'année, elle n'éprouve que de légères oscillations autour de la moyenne déduite d'un grand nombre d'observations. Il y a donc une cause annuelle qui diminue la variation diurne dans les mois de novembre, décembre et janvier, et qui l'augmente dans les mois de février, mars et avril; et qui la soutient dans une valeur intermédiaire pendant les six autres mois de l'année.

D'autres tableaux font aussi ressortir l'influence que la direction du vent exerce sur les hauteurs barométriques et les variations extrêmes quelles éprouvent dans le cours de l'année à Paris. Les hauteurs moyennes sont les plus faibles par le vent du *sud;* elles atteignent leur *maximum* par le vent du *nord*, et la différence moyenne s'élève jusqu'à 7,2 millimètres. En prenant le milieu entre les hauteurs barométriques qui correspondent à des vents diamétralement opposés, on trouve des résultats qui sont presque égaux; de là, la confirmation de cette remarque de M. *Ramond*, que pour déterminer exactement la hauteur moyenne du Baromètre, il faut employer autant que possible, un nombre égal d'observations faites par des vents de direction contraire.

On trouvera dans mon Mémoire une application du calcul des observations barométriques à la détermination des oscillations de l'atmosphère dues à l'action de la lune. Les formules dont j'ai fait usage pour cette recherche sont celles que M. *De Laplace* a déduites de sa théorie des marées, et qui forment le sujet du dernier Mémoire que ce savant illustre a lu au bureau des longitudes, peu de jours avant la dernière maladie qui a enlevé un si grand géomètre à l'Europe savante, en me privant, en mon particulier, d'un si noble et si constant ami. Le résultat de cette application est que le nombre qui exprime la quantité du flux atmosphérique s'élève à peine à $0^{mm},018$, une

si petite valeur nous autorise donc à regarder l'action de la lune sur l'atmosphère comme absolument insensible, à la latitude de Paris.

Enfin, pour compléter les élémens nécessaires à la discussion d'une longue suite d'observations barométriques, j'ai calculé de nouvelles tables pour réduire les observations à zéro de température, et pour les corriger des dépressions dues à la capillarité du tube, et à la position du zéro de l'échelle de l'instrument.

Après les indications des résultats généraux qui ressortent de la discussion des observations barométriques, il ne reste plus qu'à exposer très-brièvement les résultats de la seconde partie de mon Mémoire. Cette seconde partie est relative aux observations thermométriques, faites jour par jour depuis le 1er janvier 1806, jusqu'au 1er janvier 1827, et aux phénomènes atmosphériques correspondant à ces observations.

Les observations thermométriques, *maximum* et *minimum*, m'ont d'abord fait connaître la température moyenne des jours, des mois et des années. J'ai également déterminé la température moyenne à midi, par l'ensemble des observations de vingt et une années écoulées entre les deux époques citées. Elles m'ont également fait connaître la température des jours, des mois et enfin la température moyenne de l'année.

J'ai aussi cherché la température moyenne à 9 heures du matin, par onze années d'observations, ainsi que les températures des jours et des mois, etc.

Après avoir déterminé les températures moyennes des jours, des mois, et celle de l'année, conclue de l'ensemble de toutes les observations, j'ai cherché à représenter ces températures au moyen d'une formule déduite des températures observées. Les différences des observations et de la formule ont été consignées dans un petit tableau que je donne dans mon Mémoire. Les erreurs sont dans les limites que comportent des observations.

Je termine mon Mémoire par vingt-un tableaux, qui renferment les phénomènes généraux de l'état de l'atmosphère. On y distingue le nombre de jours couverts, de pluie, de brouillard, de gelée, de neige, de grêle et de tonnerre; ainsi que le nom-

bre de jours que le vent a soufflé des huit principaux points de l'horizon.

Un derniertableau contient les résultats moyens des 21 tableaux précédens. J'ai trouvé, pour une annéemoyenne à Paris, 182 jours de ciel couvert ; 183 de nuageux ; 142 de pluie ; 58 de gelée, 180 jours de brouillard ; 12 de neige ; 9 de grêle ou grésil et 14 jours de tonnerre ; que le vent souffle 63 jours du *sud*, 67 du *sud-ouest*; 70 de l'*ouest ;* 34 du *nord-ouest ;* 45 du *nord ;* 40 du *nord-est* et 23 de l'*est* et du *sud-est*, etc. Enfin, que la pluie mesurée sur l'observatoire est de 490 millimètres, et dans la cour, à 28 mètres au-dessous de la platte-forme, est égale à 566 millimètres, ou environ $\frac{1}{8}$ième en plus.

ADDITION.

M. *Bouvard*, pendant son séjour à Bruxelles, où il est venu visiter les travaux du nouvel observatoire, m'a fait l'amitié de de me communiquer quelques observations que j'ai regretté de ne pas voir consignées dans son intéressante notice. On sera sans doute charmé de les trouver ici. Cet habile astronome a observé que, lorsqu'il pleut, quoique le baromètre soit élevé, il règne généralement deux courans dans l'atmosphère, l'un *inférieur*, venant du nord, l'autre *supérieur*, se dirigeant dans une direction contraire. Quelquefois le baromètre se tient très-bas, sans qu'il pleuve ; alors c'est que le phénomène précèdent se produit généralement dans un sens contraire, c'est-à-dire, que le courant inférieur vient du sud, et le courant supérieur du nord. Quand plusieurs vents troublent à la fois l'atmosphère, et M. *Bouvard* en a observé jusqu'à quatre, qui existaient en même temps, on ne peut plus rien déduire de la marche du baromètre. Quand un seul vent domine pendant plusieurs jours dans l'atmosphère, on observe en général que, s'il se déplace, il pacourt les différens points du ciel du sud au nord par l'ouest, pour revenir au point de départ, et qu'il ne rétrograde pas par les points qu'il a parcourus. Quelquefois la rétrogradation a lieu quand la direction du vent approche de l'est, mais

il existe alors des courans supérieurs; cette observation peut même, jusqu'à certain point, annoncer leur existence.

La difficulté de déduire des conséquences de l'observation des vents tient peut-être à leur notation, qui se prête peu au calcul des moyennes. Peut-être ferait-on bien de remplacer cette notation par celle de la circonférence partagée par degrés; on compterait, du midi au nord en passant par l'ouest, 180 degrés positivement; et du midi au nord, en passant par l'est, encore 180 degrés pris avec le signe négatif. On conçoit qu'il serait facile de réduire les observations ordinaires à ce genre de notation, on aurait alors l'avantage de calculer sur des nombres au lieu de lettres; ainsi le vent *sud-ouest* serait représenté par $22^{\circ},5$; et le vent d'*est* par -45°. J'ai proposé ailleurs (1) un moyen simple de représenter les variations des vents par les sinuosités d'une coube. Il faut à cet effet concevoir une bande de papier, de forme rectangulaire : la base partagée en 360 parties égales, représente la circonférence développée, sur laquelle on indique la direction du vent: des parallèles à cette base, placées à différentes hauteurs servent à donner des indications semblables pour les différens jours. La suite des points indicateurs se trouve alors sur une courbe qui peut offrir des points d'inflexion, des points de rebroussement, des solutions de continuité, etc.

On pourra juger de l'importance des observations météorologiques de M. *Bouvard*, par le dernier Mémoire de son illustre ami M. De Laplace, *sur le flux et reflux lunaire atmosphérique*, Mémoire qui fait partie du supplément au 5me volume du traité de *mécanique céleste*, et qui est imprimé sur le manuscrit trouvé dans les papiers de l'auteur. A. Q.

---

(1) *Correspondance Mathématique*, page 101, tome 2.

Catalogue des principaux phénomènes météorologiques observés à Liége, depuis le commencement du 11[e] *siècle jusqu'à la fin du* 18[me] (1); communiqué par D. SAUVEUR *fils*, docteur en médecine.

Tremblemens de terre.

1106 à 1118. Divers écrivains liégeois parlent de ce tremblement de terre, mais sans en déterminer l'époque d'une manière précise. Les secousses se renouvelèrent fréquemment durant 40 jours (*voyez* Foullon, liv. IV).

1118. Le 6 des nones de mai (2 mai), vers le soir. Il fut précédé d'un violent ouragan.

1382. Le 7 des calendes de juin (26 mai), vers midi. Très-fortes secousses : elles furent également ressenties dans toute la Hesbaye. Le ciel était pur et tranquille.

1395. Le 3 des ides de juin (11 juin). Ondulations violentes. Il fut précédé de pluies.

1456. Le 8 des calendes de septembre (25 août).

1504. Le 10 des calendes de septembre (23 août), vers 10 heures du soir. Secousses violentes. Le ciel était calme et serein.

1755. Dans la nuit du 26 au 27 décembre. Vers minuit, deux secousses très-violentes. Le tremblement de Lisbonne avait eu lieu le 1[er] novembre précédent : ce même jour, les eaux thermales de Chaudfontaine acquirent de nouveaux degrés de chaleur. (*Valmont de Bomare.*)

1756. Le 18 février, vers 8 heures, du matin. Secousse assez violente. Ce phénomène se renouvela le 19 et le 20 du même mois.

---

(1) Ouvrages consultés. *Chapeauville*, Gesta pontificum Leodiensium. *Foullon*, Historia Leodiensis. Recueil Héraldique des Bourguemestres de la noble cité de Liége. *Ophoven*, Continuation du Recueil Héraldique, etc.



1760. Plusieurs secousses pendant les mois de juin et de juillet. Elles furent peu remarquables. On lit aussi que, le 17 juillet 1760, à une heure trois quarts après minuit, on éprouva à Gand, un grand tremblement de terre qui se fit sentir à différentes reprises : quelques personnes furent renversées et légèrement blessées.

Gelées remarquables.

1408. Gelée continuelle et fort intense pendant deux mois et demi. Les voitures traversaient la Meuse sur la glace. Cette même année, le Danube gèle dans tout son cours, et la glace s'étend sans interruption de la Norwège jusqu'en Danemarck.

1491. La gelée ravagea les campagnes depuis le 12 jusqu'au 18 mai.

1513. La Meuse gèle dans tout son cours. Les voitures se rendent de Liége à Maestricht sur la glace.

1523. Il gela au commencement de juillet, et l'hiver se fit déjà sentir en automne.

1564 — 1565. La gelée commença à Liége le 18 des calendes de décembre (14 novembre), et continua jusqu'aux calendes de mai (fin d'avril) de l'année suivante. Des voitures chargées traversaient la Meuse sur la glace.

1572. Hiver très-rigoureux. Débordement de la Meuse causé par la fonte des neiges, qui s'opéra vers la fin de février.

1607. La gelée dura à Liége depuis le mois de décembre 1607, jusqu'au mois de mars 1608.

1635. La gelée commença en décembre 1635 et continua une partie du mois de janvier de l'année suivante. Les voitures traversaient la Meuse sur la glace.

1665. Neiges abondantes, gelée très-intense.

1709. L'hiver fut aussi rigoureux à Liége que dans les autres parties de l'Europe. Il gela pendant quarante jours consécutifs.

1739. Hiver très-long et très-rigoureux.

1750. Le 17 Mars, débordement de la Meuse causé par la

fonte des neiges abondantes qui étaient tombées pendant l'hiver.

1794. La Meuse gèle à Liége; des voitures la traversent sur la glace. (*La suite au prochain numéro.*)

STATISTIQUE.

Aperçu sur l'état des prisons en Belgique, en 1821. Extrait d'un Mémoire, inséré dans les Mémoires de l'Académie Royale de Bruxelles.

Au 1er mars 1821, il existait en Belgique 117 établissemens destinés, soit à la garde des prévenus, soit à la punition des condamnés. Ces établissemens pouvaient être classés de la manière suivante :

96 Prisons Civiles.	54	Maisons d'arrêt.
	9	— de justice.
	3	— de correction.
	26	— de force.
	4	— de dépôt, servant quelquefois de maison de punition.
21 Prisons Militaires	17	Maisons prévôtales.
	4	— de détention militaire.

Le nombre des détenus, dans toute l'étendue du Royaume, s'élevait à cette époque à 10557 âmes. En comparant ce nombre à celui des années précédentes, on trouve une diminution sensible dans la population des prisons civiles. Voici les résultats obtenus à trois époques différentes :

	En. .	1817	1819	1821
Prisonniers.	Civils . . .	9791	8939	8618
	Militaires .	1938	2414	1939
	Total. .	11729	11343	10557

En 1821, on comptait, parmi les prisonniers civils, 6337 hommes, 2030 femmes et 251 enfans des deux sexes. Le nombre des hommes était donc plus que triple de celui des femmes, et égalait environ 25 fois celui des enfans. Si l'on observe que la population du Royaume était estimée à près de 5,700,000 âmes, on en concluera que l'on comptait un détenu par 540 âmes, en ayant égard au nombre des prisonniers civils et militaires. Il se trouvait aussi que sur 4 condamnés, il y en avait au moins un dans le cas de récidive; et que sur 41, il s'en trouvait au moins un qui avait été gracié précédemment.

Voici un état plus circonstancié de la population des prisons, au 1er mars 1821.

			Pris. Civ.	Mil.
Non jugés.		Prévenus	642	142
		Accusés	393	189
Condamnés.		Correctionnellement	3393	174
	Crim.	A la réclusion	2763	165
		Aux travaux forcés	1389	1260
		Total des détenus	8580	1930

En comparant le nombre des individus non jugés à celui des individus condamnés, on trouve à peu près le rapport 10 à 67. Ainsi les prisonniers non jugés forment un peu moins du septième de la population des prisons. La valeur de ce rapport pourrait donner une idée assez juste de la promptitude avec laquelle la justice est administrée dans un Royaume.

Il est remarquable que les crimes contre les propriétés, sont beaucoup plus nombreux que les crimes contre les personnes; le rapport est d'environ 6 à 1. En France, il a été, en 1825 et 1826, d'un peu plus de 3 à 1. En faisant le relevé général, pour connaître les durées des détentions, l'on trouve 1226 détenus pour moins d'un an; 2306 pour 1 à 3 ans; 2114 pour 3 à 5; 2381 pour 5 à 10, et 1131 pour plus de dix ans. Si l'on considère la durée de chaque détention, en ayant égard

à la correction à faire pour chaque année, et à la peine de l'individu condamné à perpétuité, d'après la durée de la vie probable, on trouve que la durée moyenne des détentions dans les prisons de la Belgique, était en 1821 de 5,165 ans, c'est-à-dire, de 5 ans 2 mois environ.

M. le baron *de Keverberg*, qui a eu la bonté de me laisser puiser dans les précieux matériaux qu'il possède, a bien voulu me procurer encore des renseignemens sur la mortalité dans les principales prisons. Il résulte de ces recherches qu'il est mort

A Vilvorde,	en 1824,	47	indiv.	sur	1170	ou bien	1 sur	25
—	— 1825,	38	—	—	1094	—	1 —	29
—	— 1826,	39	—	—	1027	—	1 —	29
A St-Bernard	— 1826,	64(1)	—	—	1383	—	1 —	22
A Gand,	— 1826,	26	—	—	1144	—	1 —	44
	Total. . .	214	Total. .		5818	Moy.	1 sur	27

La mortalité pour tout le Royaume est de 1 sur 42 environ. Il résulterait donc de ce qui précède que, pendant l'année 1826, la mortalité aurait été un peu moins forte dans la maison de détention de Gand; elle a été plus forte au contraire dans les autres prisons, et le terme moyen pour toutes, a été de 1 sur 27, qui est à très-peu près la moyenne pour trois années à Vilvorde.

C'est par la voie de l'entreprise qu'il est généralement pourvu à l'entretien des détenus. La maison de détention de Gand et la maison de force de Leuwarden, font exception à cette règle. En 1817, le prix de l'entreprise variait dans les différentes localités, depuis environ 27 à plus de 62 cents par journée de détention; et le prix moyen s'élevait à 29,75. Cependant le prix de l'entretien des prisonniers, en y comprenant les four-

(1) Y compris trois enfans en bas âge.

nitures qui furent faites, s'éleva en effet à près de 30c,90. En 1821, toutes les entreprises ont été renouvelées, et le prix des journées variait de 18 jusqu'à près de 40 cents; le prix moyen était de 27c,072 pour la totalité des prisons. A la même époque, le prix de la journée du détenu à Gand, était de 15c,655; et à Leuwarden, où l'on suit également le système de la régie, le prix était de 23c,675; à Vilvordé, où l'on vient d'introduire le même système, le prix n'est plus que de 14 à 15 cents, comme me l'a assuré M. *de Keverberg*. Cette différence doit suffire pour montrer l'avantage du système de la régie, sur le système de l'entreprise. On a compté qu'à Bruxelles, en 1818, la journée des vieillards ne s'élevait, dans les hospices, qu'à 31c,471, malgré les soins et les frais divers que nécessite leur âge. Pendant la même année, le prix de la journée était, au dépôt de mendicité de Mons, de 24c,266; et en 1815, il était au dépôt de mendicité de Hoogstraeten, de 20c.

L'évaluation de la dépense en 1821, calculée sur la population du 1er mars, était:

Prisonniers.	Civils.	Militaires.
Prix moyen par jour. . . .	24c,330	31c,287
— par an	88fl,804	114fl,198

On n'a pu recueillir que des résultats peu satisfaisans sur le prix de la journée de travail du prisonnier. Il paraît que ce prix moyen est d'environ 12 cents, dans la maison centrale de Gand, et qu'il pourrait généralement s'élever plus haut.

Sur la taille moyenne des habitans de Paris, par M. Villermé.

Pendant huit années, de 1816 à 1823 inclusivement, la taille moyenne des jeunes gens, portés sur la liste départementale des contingens, c'est-à-dire, des jeunes gens trouvés bons pour le service militaire, a été :

Pour la ville de Paris, de 1 mètre 683 millimètres (5 pieds 2 pouces 1 ligne 1 tiers).

Et pour les arrondissemens de Sceaux et de Saint-Denis, de 1 mètre 675 et 674 millimètres (5 pieds 1 pouce 9 lignes, à 9 lignes 1 tiers.)

Ainsi la taille moyenne des hommes est plus haute dans la ville de Paris, que dans le reste du département de la Seine. La même chose se fait remarquer dans le département du Rhône, entre la ville de Lyon et l'arrondissement de Villefranche, du moins pendant la période de 1806 à 1810 inclusivement.

Si nous rangeons les divers arrondissemens de la ville de Paris d'après l'ordre décroissant de la taille moyenne, nous les voyons, en faisant abstraction du onzième seulement, se placer à la suite l'un de l'autre, *presque* dans le même ordre que celui dans lequel décroît la proportion des locations imposées à la seule contribution personnelle, ou des habitans qui vivent uniquement de leurs revenus.

On dirait donc que la taille des hommes est, toutes choses d'ailleurs égales, en raison de la fortune, ou mieux en raison inverse des peines, des fatigues, des privations éprouvées dans l'enfance et la jeunesse.

REVUE SCIENTIFIQUE.

Suite de la Théorie Élémentaire des Transversales, par M. GARNIER, professeur à l'Université de Gand (1).

CHAPITRE VII. 1° *Tracer une ellipse ou une hyperbole assujettie à passer par* n *points et à toucher* 5 — n *droites* (*le nombre* n *ne pouvant avoir que l'une des six valeurs :*

(1) Le n° II de la *Correspondance Mathématique et Physique* et un Mémoire intéressant de M. *Quetelet*, *sur différens sujets de Géométrie à trois dimensions, lu à la séance du* 28 *octobre* 1826 *de l'Académie Royale des sciences et lettres de Bruxelles*, nous ont fourni quelque additions aux chapitres I, V et VI, de l'ouvrage que nous analysons. Nous observerons seulement qu'il est des cas, et peut-être en assez grand nombre, où la projection stéréographique ne prend aucun avantage sur la projection conique (quant à la facilité de régulariser les figures) : c'est, par exemple ce qu'on peut reconnaître dans la démonstration de cette belle propriété énoncée, (page 17, Mém. cité). « Si, dans un quadrilatère inscrit (à un » cercle ou à une conique), on prolonge les côtés opposés, que des deux points » de rencontre, on mène quatre tangentes, puis quatre droites qui joi» gnent les points de tangence : 1° les douze droites formeront trois » quadrilatères dont toutes les diagonales se couperont en un même point; » 2° ce point, avec les deux points de rencontre primitifs, et les quatre » points de tangence, seront sur deux droites; 3° les côtés des trois qua» drilatères concourront en même temps que les deux diagonales des » deux derniers quadrilatères, en quatre points, qui seront sur une ligne » droite. » Dans le Chap. VII de l'ouvrage que nous analysons, ce théorème se trouve déduit de la projection conique. Il n'en serait plus ainsi de ce beau théorème de M. *Dandelin*, autrement démontré par M. Quetelet (Mém. cité), savoir que, par deux cercles *a* et *b*, pris sur une sphère, on peut toujours faire passer deux systèmes de droites, formant deux cônes, dont les sommets sont sur la droite qui contient les pôles A et B de ces cercles; théorème dont l'auteur a fait un usage fort heureux.

0, 1, 2, 3, 4 *et* 5.) 2° *Étant donnés* n *points et* 4 — n *tangentes d'une parabole, assigner tant d'autres points et tant d'autres tangentes qu'on voudra; (le nombre* n *ne peut avoir que l'une des valeurs* 0, 1, 2, 3 *et* 4). 3° *De quelques propriétés individuelles des coniques*. Ces constructions ne doivent exiger que l'emploi de la règle, et cependant quelques-unes de celles qui sont relatives à la parabole, requièrent l'usage du compas. Nous avons fait précéder leur exposition de la construction par la règle, des tangentes à une conique: 1° par un point extérieur; 2° par un point pris sur la courbe. Quant à la seconde, on peut encore la résoudre, en partant de cette propriété : si l'on inscrit à une ligne du second ordre, une suite de triangles rectangles, ayant tous le sommet de l'angle droit en un même point de cette courbe, leurs hypothénuses concourent toutes en un même point de la normale à la courbe, au sommet commun de tous ces triangles; il suffit donc d'inscrire deux de ces triangles (1). Comme la solution générale du problème 1° se rattache aux théorèmes II, III, IV et V (chap. VI), nous n'avons eu besoin que de la faire précéder des corollaires de ces théorèmes. Cela posé, nous parcourons les hypothèses $n = 0, = 1, = 2, = 3, = 4, = 5$.

La solution du problème général 2°, exige un grand appareil de théorèmes et de corollaires qui en forment l'introduction. Ces théorèmes sont des propriétés de pentagones, de quadrilatères et de triangles tant inscrits que circonscrits à la parabole, lesquelles sont des modifications des propriétés des hexagones inscrit et circonscrit à l'ellipse, lorsque le grand axe de cette courbe devient infini. Tout étant ainsi préparé, nous en venons à construire sous les hypothèses $n = 4, = 3, = 2, = 1$.

Les questions enveloppées dans ces deux énoncés, sont restreintes à des données de tangentes et de points situés sur la

(1) Par la théorie des pôles, les points de concours des tangentes aux extrémités de ces hypothénuses, seront situés sur une même droite. On pourra s'exercer à démontrer ces propriétés par la géométrie.

courbe; mais ces points pourraient avoir d'autres positions, et, par exemple, être donnés, partie dans le plan de la courbe, partie sur les tangentes. On pourrait encore se proposer de déterminer, en n'employant que la règle, les intersections d'une droite et d'une conique dont on connaît seulement les élémens, sans la construire : par exemple, une hyperbole pourrait être donnée par ses asymptotes et son premier axe; une ellipse, par la grandeur et la situation de son premier axe, et par la grandeur du petit axe : une parabole par son sommet, la direction de son axe et l'un quelconque de ses points; questions résolues par la géométrie descriptive. Parmi les propriétés annoncées 3°, nous nous bornerons à citer les trois suivantes, relatives à l'hyperbole équilatère : 1° Dans tout triangle ABC inscrit à cette hyperbole, le point de concours des trois hauteurs est situé sur la courbe; d'où résulte ce corollaire : dans tout triangle rectangle inscrit à cette hyperbole, la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypothénuse, est une tangente à la courbe : 2° Si deux points m et n situés dans le plan d'une telle hyperbole, sont les milieux de deux cordes MM′ et NN′, et que par chacun d'eux on mène une parallèle à l'autre corde, le cercle tracé par les points m et n et par l'intersection I des deux parallèles, passera par le centre de la courbe : 3° Assigner le centre des hyperboles équilatérales qui passent par deux points A et B, et qui touchent en A une droite AP donnée de position. *M. Poncelet* observe avec raison qu'on s'est peu appliqué à rechercher les propriétés des lignes du second ordre, qui ne sont relatives qu'à la relation des angles; telles sont les suivantes : 1° L'angle sous lequel on voit de l'un des foyers d'une conique, la partie d'une tangente mobile, interceptée entre deux tangentes fixes, est constant pour toutes les positions de cette tangente : 2° Si sur le plan d'un angle fixe S donné, on fait tourner autour d'un point arbitraire et fixe F, pris pour sommet, un autre angle quelconque invariable de grandeur, et qu'on trace ensuite pour chacune de ses positions, les deux droites qui soutendent à la fois l'angle fixe et l'angle mobile : chacune des

deux séries formées par ces droites, enveloppera, en particulier, une seule et même conique, ayant précisément pour foyer le sommet fixe F de l'angle mobile, et les deux côtés ST et ST′ de l'angle fixe pour tangentes : en outre, si du foyer F, on abaisse des perpendiculaires tant sur les deux côtés de l'angle fixe que sur toutes les autres tangentes qui appartiennent à une même série, les pieds de ces perpendiculaires seront sur une même circonférence ayant le premier axe de la courbe pour diamètre : d'où résulte la solution de ce problème difficile quand on l'attaque directement : trouver le point sous lequel on verrait sous le même angle, les parties de trois droites données sur un même plan, interceptées entre deux autres droites aussi données sur ce plan.

CHAPITRE VIII. *Appendice aux chapitres* VI *et* VII.

La géométrie analytique, convenablement employée, dit M. *Gergonne*, peut conduire, pour la solution des problèmes de géométrie, à des constructions bien supérieures pour l'élégance et la simplicité, à celles que fournit la géométrie pure : A cela, M. *Poncelet* répond : si, par géométrie pure, vous voulez entendre celle où l'on s'interdit l'usage de la méthode des coordonnées, ou même toute espèce de calcul, et si vous voulez désigner non pas celle qu'ont cultivée les *Euclide*, les *Apollonius*, les *Viète*, les *Fermat*, les *Viviani*, les *Halley*, etc.; mais la géométrie des modernes, je ne saurais admettre avec vous, que cette géométrie ne puisse donner à la fois, des solutions aussi simples et aussi élégantes que celles qu'on déduit du calcul; j'avoue même que j'incline fortement à penser qu'elle peut fournir, pour certaines classes de problèmes, des solutions qui l'emportent de beaucoup sur celles de la géométrie analytique, même dans l'état de perfection où elle est parvenue aujourd'hui (1). Je ne prétends pas, au surplus, que la géométrie rationnelle ait toujours l'avantage sur l'analyse ; je pense au con-

---

(1) Je pense qu'on pourrait ranger dans l'une de ces classes, les recherches de MM. *Dandelin* et *Quetelet* ; voyez les deux Mémoires déjà cités.



traire, avec M. *Dupin*, que chacune de ces deux branches de la science, a des moyens qui lui sont propres, et qu'il faut, pour ainsi dire, les porter de front à la même hauteur, en employant les principes généraux de l'analyse à donner aux résultats de la géométrie, toute l'extension qui leur est propre et qui appartient exclusivement à ceux de la première. Dans une réponse, M. *Gergonne* revenant sur sa première assertion, observe que la géométrie analytique est une invention récente, que la manière dont il propose de l'appliquer, date pour ainsi dire d'hier; il reconnaît la supériorité des méthodes de M. *Poncelet* dans l'espèce des questions qu'il traite, et il déclare que sans oser affirmer que la géométrie analytique ne puisse parvenir jusques là, il paraît au moins très-douteux, qu'elle puisse y atteindre facilement. Cette digression ne nous a pas paru tout-à-fait étrangère à notre objet auquel nous revenons. Après quelques préliminaires indispensables, on trouve les démonstrations et les solutions de ces énoncés : 1° le lieu géométrique des centres de toutes les coniques inscrites à un même quadrilatère, est la droite qui joint les milieux des trois diagonales, d'où résultent le moyen d'assigner le centre d'une conique inscrite à un pentagone, et plusieurs conséquences curieuses ; 2° déterminer le lieu des centres de toutes les sections coniques qui, touchant à la fois trois droites données, passent par un même point donné; qui, touchant à-la-fois deux droites données, passent par deux points donnés; qui, touchant une même droite donnée, passent par les trois mêmes points donnés, et enfin, qui passent par les quatre mêmes points donnés : les nombreux corollaires de ces solutions ne pourraient être saisis sans figures. Dans le chapitre XI, on déduit de l'analyse une solution graphique de cette question : Étant donnés cinq points d'une conique, assigner son centre.

Quel que soit, dit M. *Gergonne*, le mérite de ces recherches, on ne doit pas désespérer de parvenir à les faire dépendre un jour, comme cas particuliers, d'un problème unique, de celui où il s'agit de décrire une conique qui en touche cinq autres, données sur un plan, problème qui paraît être susceptible d'une

construction élégante et d'un facile énoncé. M. *Brianchon* a énoncé ces deux théorèmes, qu'il dit n'avoir pas été démontrés ou résolus : 1° les centres de toutes les sections coniques assujetties à passer par quatre points donnés sur un plan, sont situés sur une autre section conique, passant par les points où se coupent les deux diagonales et les côtés opposés du quadrilatère correspondant aux quatre points donnés ; 2° les centres de toutes les coniques assujetties à toucher deux droites et à passer par deux points donnés sur un plan, sont situés sur une autre section conique passant par le point d'intersection des deux droites suffisamment prolongées, par le milieu de la distance qui sépare les deux points, et par le milieu de la partie interceptée par les deux droites, sur la direction indéfinie de celle qui renferme les deux points.

Cours de Géométrie Élémentaire, par A.-J.-H. VINCENT, professeur de mathématiques spéciales, dans l'Académie de Paris (1)...

C'est une question de savoir si on est mieux jugé par celui qui a écrit, que par celui qui n'a rien publié? pour la simplifier, sans prétendre la résoudre, nous supposons deux juges, l'auteur d'un bon livre, qui, comme on sait, vaut toujours mieux que son ouvrage, et un homme au courant de la science, mais qui n'a rien composé ; nous les supposerons l'un et l'autre, sans prévention. On pourra dire en faveur du second, qu'il n'a pas les idées systématiques de l'autre, qu'une bonne production qui en fait espérer d'autres, ne lui donne aucun ombrage, que d'ailleurs il n'est pas fâché d'opposer une nouvelle réputation à une réputation déjà établie ; en entrant plus avant dans cette discussion, on pourra encore alléguer plusieurs autres argumens en faveur du juge qui ne peut être jugé. Mais voici une observation que j'ai souvent faite et que je suis à même de véri-

(1) Voyez *Correspondance*, tom. II, pag. 186.

fier, c'est que celui qui n'a rien écrit ou plutôt qui n'a rien lancé *in medio*, est ordinairement contempteur; il prend pour type, une certaine perfection qu'il est plus facile de rêver que d'atteindre; et s'il a entrepris quelques ouvrages dans cet esprit, sans les finir, est-il disposé à l'indulgence pour les productions des autres, quand plus d'une fois, dans son for intérieur, il a réprouvé les siennes? sous ce point de vue, celui qui a publié, prend quelque avantage. Au reste, ce préambule nous a écarté de notre objet : pour y revenir, nous dirons que la géométrie de M. *Vincent* nous a paru, après mûr examen, moins *Euclidéenne* que beaucoup d'autres, ce qui ne veut pas dire qu'elle en soit plus mauvaise. Dans le livre 1er, le chap. VII, *de la Symétrie des figures planes*, un article sur *les centres de similitude, internes et externes*; le Chap. VIII, *sur la Similitude des Polygones*; dans le livre III, le Chap. VI *sur les Polyèdres réguliers*; le Chap. VIII, *sur la Symétrie dans l'espace*; les deux derniers chapitres intitulés : 1° *Problèmes et applications relatifs aux figures*; 2° *Problèmes et applications relatifs à l'étendue*, et enfin, plusieurs paragraphes moins étendus que les titres que nous venons de citer, recommandent suffisamment cet ouvrage; mais nous y avons en vain cherché les deux trigonométries que quelques auteurs ont aussi, et à tort, écartées de la géométrie, puisque la trigonométrie sphérique surtout, peut simplifier plusieurs théorèmes sur les polyèdres, tandis que d'autres de ces théorèmes ne sont que des propriétés des triangles et des polygones sphériques. On doit s'attendre, à plus forte raison, à ne pas y trouver les élémens de la géométrie descriptive, qui, aujourd'hui, doivent cependant faire partie intégrante de la géométrie. Ainsi cet ouvrage, bon dans ce qu'il contient, offre des lacunes que nous invitons l'auteur à remplir. J. G. G.

Résumé des opinions des philosophes anciens et modernes, sur les causes premières, les propriétés générales des corps et l'Éther universel, par L. A. Gruyer, chez M. *Hayez*, 2 vol. in-18, 1827.

Le titre de cet ouvrage indique fort bien le but que s'est pro-

posé l'auteur; il se contente d'exposer les opinions des philosophes sur l'existence d'un agent universel considéré comme cause de tous les phénomènes, sans entreprendre cependant de les développer toutes. « Ce travail, d'ailleurs dénué d'intérêt, dit-il, serait tout-à-fait au-dessus de ma portée. Pour le bien faire, il me faudrait commencer par étudier un très-grand nombre d'ouvrages dont je connais à peine les titres; et, en vérité, supposé que je fusse capable de traiter un sujet pareil, il ne mériterait guères qu'on se donnât tant de peine: car je vois, d'après quelques recherches que j'ai faites sur cette matière, que les anciens ont, dans cette partie de la philosophie, beaucoup imaginé, beaucoup raisonné, mais très-peu ou très-mal observé; qu'ils ne faisaient presqu'aucun usage du calcul; qu'ils ne connaissaient point les expériences de cabinet et de laboratoire, ces expériences si précises, si délicates, qui de nos jours ont fait faire à la physique et à la chimie tant de progrès, etc. » Quand on considère, en effet, cette immense quantité de systèmes aussi arides qu'obscurs, qu'a vus naître successivement l'antiquité, on doit savoir gré à l'auteur de n'avoir mis en évidence que ceux qui méritaient quelqu'attention.

M. *Gruyer* a donné, par forme d'introduction, un exposé rapide des principales hypothèses admises dans la physique actuelle. Cet exposé aidera à mieux comprendre ce qui doit suivre; comme aussi, à voir par quels endroits pèchent, en général, les systèmes des anciens; quel parti ils auraient pu tirer de la connaissance des véritables lois de la nature et des propriétés des corps; quelle était leur ignorance à cet égard, et de combien les physiciens des temps modernes leur sont supérieurs, quant à la méthode et à la manière de philosopher. Nous observerons que cette supériorité tient surtout au perfectionnement des sciences mathématiques, et à leur liaison plus intime avec les sciences d'observation, auxquelles elles prêtent de si puissans secours. Nous aurions désiré voir dans cette introduction, très-bien faite d'ailleurs, l'hypothèse des courans électriques, considérés comme cause des phénomènes magnétiques, développée avec quelque soin; d'autant plus que ces développemens se ratta-

chaient immédiatement au sujet traité par l'auteur. On ne peut nier que cette hypothèse très-ingénieuse ne soit en même temps très-vraisemblable.

Nous ne pouvons entreprendre de suivre M. *Gruyer* dans l'analyse qu'il donne des opinions des sectes philosophiques des premiers temps, des idées de *Thalès*, d'*Anaximandre*, de *Pythagore*, d'*Ocellus*, de *Xénophane*, d'*Empédocle*, de *Platon*, d'*Aristote*, d'*Épicure*, etc., sur les causes premières; ni de celles des philosophes modernes, *Hobbes*, *Descartes*, *Leibnitz*, *Newton*, *Locke*, *Euler*, *Condillac*, *Hemsterhuis*, *Le Sage*, *Cabanis*. Quoique son style soit généralement élégant et précis, et que ses observations ne manquent ni de finesse, ni de solidité, il ne parvient pas toujours à vaincre la monotonie de son sujet. Du reste, ce défaut tient plutôt à la nature de la matière dont il traite, et nous croyons qu'il était impossible de l'éviter entièrement.

En parlant d'*Euler* et de ses idées sur les causes de la lumière, M. *Gruyer* observe que « dans le système des ondulations, il faut admettre, comme une conséquence des phénomènes, que chacun des points de l'éther éprouve ou transmet, à la fois, autant de vibrations différentes, qu'il y a de points visibles dans la surface du soleil, dans toute la voûte céleste et dans tous les objets terrestres que l'on pourrait apercevoir de ce même point. « Je demande, ajoute-t-il, si cela se conçoit bien facilement. » Sans entreprendre de défendre le système des ondulations, nous observerons que chaque point de l'éther n'éprouve pas nécessairement autant de vibrations différentes qu'il y a de points visibles autour de lui; car une infinité de mouvemens vibratoires sont entre-détruits, comme on l'admet d'après les expériences sur les *interférences*; d'une autre part, on ne peut nier la coexistence de plusieurs systèmes ondulatoires dans les eaux ou dans l'air, lorsqu'il transmet le son, et à plus forte raison, dans l'éther pour la production de la lumière.

M. *Fresnel* semble avoir senti l'objection que l'on pouvait faire, et il observe que la millionième partie d'une seconde suffit à la production de 564 mille ondulations de lumière jaune,

par exemple; ainsi les perturbations mécaniques qui dérangent la succession régulière des vibrations des particules éclairantes, ou même en changent la nature, se répéteraient à chaque millionième de seconde, qu'il pourrait encore s'exécuter dans les intervales plus de 500 mille ondulations régulières et consécutives. (Suppl. au syst. de chimie, par *Thomson*, page 41.)

Dans un autre endroit, M. *Gruyer* avance que « la terre tourne comme les autres planètes autour du soleil, qui lui-même n'est pas immobile dans l'espace, et qui, emportant avec lui les planètes, les satellites et les comètes, circule autour d'un point, qui, sans doute, n'est pas le centre du monde. » Nous observerons que les astronomes qui soupçonnent le mouvement de translation de notre système solaire vers la constellation d'*Hercule,* sont cependant loin d'avoir pu réunir les élémens nécessaires pour calculer la nature de la trajectoire, et qu'ils ne peuvent conséquemment assurer encore, que le mouvement a lieu autour d'un point. Ce serait tout au plus par induction qu'ils pourraient admettre ce mouvement central.

Nous pensons que l'ouvrage de M. *Gruyer* sera lu avec intérêt par les amis des sciences, qui observent d'un œil attentif la marche de l'esprit humain, et qui ne craignent pas de la suivre même au milieu de ses plus grands écarts : il faut quelquefois s'armer de patience, pour se pénétrer de tant d'opinions diverses, malgré tout le soin qu'à pris l'auteur, de les exposer sous leur jour le plus favorable. Il est à regretter que ce résumé, qui ne se vend point, n'ait été tiré qu'à 50 exemplaires. Seulement, l'auteur en a remis au comité Hellénique de Bruxelles, quinze exemplaires, pour être vendus au profit des Grecs.

Nagelatene Wiskundige Verhandelingen, door SCHMIDT, in leven lector aan de artillerie en génie school, te Delft; een deel met platen, in groot octavo, 4 gul.

1° Les mémoires posthumes de M. Schmidt contiennent des recherches sur la courbe produite par les pieds des normales qui

sont menées des points d'une ligne donnée sur la surface courbe engendrée par la révolution d'une ellipse autour d'un de ses axes, et sur la surface courbe qui contient toutes les normales;

2° Sur la capacité d'un corps limité en partie par une surface gauche, avec quelques remarques sur les surfaces gauches.

3° Sur l'intégration de la formule différentielle

$$Q^p \sin^m \Phi \cos^n \Phi . d \Phi ;$$

4° Sur la force nécessaire pour vaincre le frottement d'un prisme sur une surface plane, en cas que ce prisme tourne sur un axe vertical;

5° Sur la courbe, dont la tangente a une longueur constante.

Essai sur la quadrature du cercle, par G. S., à la Haye et à Amsterdam, chez les frères *Van Cleef*, broch. de 18 p. in-8°, avec une planche, 1827.

L'auteur emploie un moyen mécanique qui n'est pas nouveau. Il construit deux moules de même épaisseur; l'un à base circulaire, l'autre à base rectangulaire; il remplit le premier d'un liquide ou d'un métal en fusion qu'il verse ensuite dans le second; et juge, par la ligne de niveau dans la dernière circonstance, quelle est la portion du rectangle équivalante à la surface du cercle. On s'aperçoit assez que l'auteur n'a pas même apprécié la difficulté du problème qu'il croit avoir résolu. Il finit par conclure que « le rapport de la circonférence, toujours cherché » vainement comme moyen de découvrir la quadrature, se » trouve fixé au diamètre comme 256 à 81, soit $28\frac{4}{9}$ à 9. » Ainsi d'après le résultat de ses expériences, *qu'il croit pouvoir donner pour positif*, quand le diamètre serait 1, la circonférence serait à peu près 3,160. Or, quoique les géomètres ne se vantent pas d'avoir trouvé la quadrature, ils peuvent cependant donner aussi pour positif, et même *démontrer*, qu'en représentant le diamètre par 1, la circonférence serait 3,1415926 et qu'il n'y aurait pas d'autre erreur que celle des chiffres décimaux qu'ils négligent. Pour contenter les amateurs qui désirent une plus grande précision, ils peuvent donner en-

core plus de cent chiffres décimaux à la suite de ceux que nous venons d'écrire, et ils peuvent également répondre de leur *exactitude*, de manière qu'en faisant un moule qui aurait pour rayon la distance de la terre au soleil, c'est-à-dire, plus de 34,000,000 de lieues, l'observateur le plus exercé, en s'armant d'une loupe, ne parviendrait pas à estimer l'erreur qui fait que l'on n'a pas *rigoureusement* la quadrature. Il faut convenir que les géomètres sont bien difficiles et que les amateurs n'y regardent pas de si près.

Traité de l'éclairage, par E. Péclet, chez *Malher* et compagnie, 1 vol. in-8° de 322 pages, avec 10 planches.

L'art de l'éclairage a fait dans ces derniers temps des progrès très-rapides ; des substances nouvelles ont été employées, des instrumens nouveaux ont été imaginés. Mais toutes ces découvertes sont malheureusement consignées dans un trop grand nombre d'ouvrages pour que le public puisse en retirer tous les avantages possibles. M. *Péclet*, ancien professeur de physique et de chimie à Marseille, a donc fait un ouvrage d'autant plus utile, en réunissant tous ces matériaux épars, qu'il les a coordonnés avec clarté et d'une manière tout-à-fait élémentaire. Son traité est divisé en huit chapitres.

Le premier renferme un résumé des lois de l'optique qui ont des applications dans l'art de l'éclairage.

Le second a pour objet d'examiner les différentes sources de lumière, et principalement celle qui réside dans la combustion.

Le troisième traite de l'éclairage par les matières solides.

La quatrième, de l'éclairage par les matières liquides.

Le cinquième, de l'éclairage par les gaz.

Le sixième, de la comparaison des différens modes d'éclairages.

Le septième, des appareils destinés à modifier la lumière.

Enfin, le huitième et dernier est réservé à l'examen des appareils destinés à produire instantanément la lumière.

Cet ouvrage renferme non-seulement tout ce qui a été fait d'important jusqu'ici dans les différens modes d'éclairage, mais encore un grand nombre d'expériences nouvelles qui ont eu principalement pour objet de comparer entre eux les différens appareils d'éclairage, et sous le rapport économique et sous celui de la permanence de lumière.

ACADÉMIE ROYALE DE BRUXELLES.

Dans la séance du 21 juillet, M. *Dewez* a donné lecture d'un Mémoire de M. *Steur* sur l'administration de *Marie Thérèse* dans le Pays-Bas. Il a été donné également lecture d'un Mémoire de M. *Van Mons*, sur les différentes espèces de brouillards, et sur les phénomènes météorologiques les plus remarquables de ce genre, qui ont été observés à divers époques dans nos provinces. On a ensuite communiqué une lettre de M. *Gambart*, correspondant de l'Académie, qui annonce la découverte d'une comète nouvelle, dans la constellation de *Cassiopée*.

La commission permanente de bienfaisance établie à la Haye, vient de faire paraître le n° 6 de son intéressant recueil intitulé *de Vriend des Vaderlands*; on y trouve des renseignemens précieux sur l'état des colonies fondées par la société, et sur différens points d'économie politique.

M. A. J. *De Manci*, auteur de l'Atlas des littératures, des sciences et des beaux arts, sur le plan de l'Atlas de *Le Sage* (comte de Las Cases), vient de publier le tableau historique et chronologique de l'École Polytechnique, depuis sa fondation, 21 mars 1795, jusqu'au 21 mars 1827. Pen-

dant cette période de 32 ans, cette école, la première du monde, a reçu 4000 élèves choisis entre dix mille concurrens, l'élite des Écoles de France. En 1794, 18 mars, la convention décrète une *École centrale des travaux publics:* au 15 novembre, même année, *cours préparatoire :* 21 decembre même année, *cours* dis *révolutionnaires*, 21 mars, même année, *cours réguliers*. En 1795, 1er septembre, elle prend le titre d'*École Polytechnique*. C'est la période républicaine (1), la période impériale s'étend de 1804 à 1814, et la période Royale de 1814 à 1827. Elle a survécu à six organisations, dont deux sous la République, deux sous le Consulat et l'Empire, et deux sous la Restauration; les élèves se divisent en deux grandes classes : 1° Élèves placés dans les services spéciaux; 2° Élèves non placés, démissionnaires; à cette classe appartiennent des pairs de France, des hauts fonctionnaires, des magistrats, etc. Parmi les élèves placés dans l'instruction publique, et qui appartiennent aux deux premières périodes, on remarque *Arago*, *Berthier*, les deux *Binet*, *Biot*, *Boucharlat*, *Bourdon*, *Cauchy*, *Coriolis*, *Demonferrand*, *Desormes*, *Destainville*, *Francœur*, *Fresnel*, que les sciences viennent de perdre, *Gay-Lussac*, *Livet*, *Mary-Vallée*, *Mathieu*, membre du bureau des longitudes, *Petit*, *Plana*, professeur d'Astronomie à Turin, *Poinsot*, *Poisson*, *Reynaud*, *Terquem*, *Walckenaar*; nous pouvons ajouter le professeur extraordinaire *Dandelin*. Ce monument historique est dédié à tous les élèves de l'École Polytechnique; en y joignant la correspondance sur cette école, par M. *Hachette*, et l'histoire de la même École, par M. *De Fourcy*, on a tous les documens désirables sur cette institution célèbre. J. G. G.

---

(1) Le général Bonaparte, de retour d'Italie, suit un cours particulier de chimie, sous *Bertholet*.

JOURNAUX MATHÉMATIQUES.

On lit, dans le dernier numéro des *Annales Mathématiques* (mois d'août), qui contient une annonce de notre Journal, les mots suivans : « Nous saisirons cette occasion pour annoncer à nos lecteurs que le journal de mathématiques allemand, que publie M. *Crelle*, vient d'acquérir une consistance nouvelle, par les encouragemens que S. M. le roi de Prusse vient d'accorder à l'auteur. Nous aurions peut-être été nous-mêmes contraints, vu le petit nombre des hommes que ces matières intéressent, de renoncer à notre entreprise, si nous n'avions obtenu de pareils encouragemens de la part du gouvernement français ; ce qui doit consoler un peu les gens de lettres, purement gens de lettres, qui se figurent les sciences exactes comme menaçant sans cesse d'envahir le domaine de la littérature. » Quoique nous pensions comme M. *Gergonne*, sur le prétendu envahissement des sciences, nous étions loin de supposer qu'un journal, aussi justement estimé que le sien, pût courir les dangers dont il parle. Cet aveu n'est guères de nature à nous rassurer sur le succès de notre entreprise, mais elle nous consolerait au besoin. Nous devons, du reste, à la justice de dire que notre gouvernement nous a témoigné la même bienveillance que MM. *Gergonne* et *Crelle* ont trouvée près des gouvernemens français et prussien ; et que, si nous étions dans le cas de devoir faire des sacrifices, il ferait en sorte que nous n'en fussions du moins que pour nos peines, sans compter les désagrémens que fait éprouver la négligence des libraires qui sont peut-être les plus puissans auxiliaires que puissent avoir ceux qui craignent les journaux scientifiques.

Grands prix de Mathématiques proposés par l'Académie Royale des sciences de Paris.

I. Examiner dans ses détails le phénomène de la résistance

de l'eau, en déterminant avec soin, par des expériences exactes, les pressions que supportent séparément un grand nombre de points convenablement choisis sur les parties antérieures, latérales et postérieures d'un corps, lorsqu'il est exposé au choc de ce fluide en mouvement, et lorsqu'il se meut dans le même fluide en repos; mesurer la vitesse de l'eau en divers points des filets qui avoisinent le corps; construire sur les données de l'observation, les courbes que forment ces filets (1); déterminer le point où commence leur déviation en avant du corps; en établir, s'il est possible, sur les résultats de ces expériences, des formules empiriques que l'on comparera ensuite avec l'ensemble des expériences faites antérieurement sur le même sujet.

Le prix consistera en une médaille d'or de la valeur de 3000 francs; les mémoires doivent être remis avant le 1er janvier 1828.

II. Le prix relatif au calcul des perturbations, du mouvement elliptique des comètes n'ayant point été décerné, l'Académie propose le même sujet dans les termes suivans : Elle appelle l'attention des géomètres sur cette théorie, afin de donner lieu à un nouvel examen des méthodes, et à leur perfectionnement. Elle demande en outre, qu'on fasse l'application de ces méthodes à la comète de 1759, et à l'une des deux autres comètes dont le retour périodique est déjà constaté.

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 3000 francs; il sera décerné le 1er lundi du mois de juin 1829, les mémoires doivent être remis avant le 1er janvier 1829.

Ce terme est de rigueur.

---

(1) Ce qui peut se faire de plusieurs manières, et d'abord au moyen de corps légers qu'on jette sur la surface de l'eau.

Questions proposées par la faculté des sciences de l'université de Liége, pour l'année 1828.

1° Exposer les méthodes par lesquelles on intègre les équations différentielles partielles du premier ordre. On devra y ajouter l'interprétation géométrique de celles qui ne contiennent que trois variables.

2° Établir un examen exact de l'azote (nitrogène), et de ses composés primaires ou du premier ordre;

3° Quelle utilité la géognosie a-t-elle retirée de l'étude des pétrifications?

Questions proposées pour 1827, *par la faculté des sciences de l'Université de Louvain.*

I. Disquiratur accurate quid pendulorum observationes circa terræ figuram proficere valeant : seu pendulorum observationum circa determinandam terræ figuram usus dilucide ostendatur, observandi rationes atque omnes observationum consequentiæ physicæ dijudicentur.

II. Exhibeatur geographica distributio animalium, vegetabilium et mineralium, ita quidem ut et classium et familiarum, ad quas quæque eorum pertineant, perpetua habeatur ratio.

III. Describantur plantæ et animalia, e quorum partibus vel productis spiritus ardentes extrahi soleant, et indicentur modi quibus extractio hæc perficiatur, spiritus dicti depurentur et concentrentur atque in ætheres varios convertantur; adnexa singuli processus interpretatione chemico-theoretica.

QUESTIONS.

I. Résoudre les équations :

$$x^{p-2} = Mp + y, \quad y^{p-2} = M'p + x;$$

Mp et $M'p$ étant des multiples de p, supposé nombre premier.

II. Deux droites étant données dans un plan, placer l'œil de manière que la perspective de l'une soit double de celle de l'autre.

III. Trouver graphiquement la courbe d'intersection d'une surface de révolution quelconque, avec une surface du second degré, lorsque les axes de ces surfaces ne se rencontrent pas.

IV. On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donnée.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE.

Tout plan qui passe par la droite que déterminent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre, le divise en deux parties équivalentes ; par M. Bobillier, professeur à l'École des Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne (1).

Soient e et f les milieux respectifs des arêtes opposées ab et cd du tétraèdre $abcd$, et par la droite ef qui les unit, soit mené un plan quelconque $ehfg$; les deux tétraèdres tronqués $aehfdg$ et $begfch$, seront équivalens (*fig.* 26).

En effet, si l'on tire les quatre droites ag, af, bh et bf, le tétraèdre tronqué $aehfdg$ sera décomposé en une pyramide quadrangulaire $aehfg$ et en un tétraèdre $agdf$, et le tétraèdre tronqué $begfch$ en une pyramide quadrangulaire $behfg$ et en un tétraèdre $hbcf$; or, les deux pyramides $aehfg$ et $behfg$ sont équivalentes, attendu qu'elles ont la même base $ehfg$, et que leur hauteur, étant dans le rapport de ae à eb, sont égales. Reste donc à dé-

---

(1) M. *Bobillier*, en nous communiquant la démonstration du théorème précédent, nous fait espérer d'autres recherches sur les projections que nous nous empresserons de publier dès que nous les aurons reçues. « L'article de M. *Dandelin*, sur les propriétés projectives, nous écrit ce savant, et surtout le dernier théorème qu'il ne fait qu'énoncer, a vivement piqué ma curiosité, attendu que depuis long-temps je suis parvenu à cette proposition et à quelques autres du même genre. » Les partisans de la géométrie des projections, qui présente de si beaux résultats quand elle est habilement maniée, auront probablement aussi remarqué les articles de M. *Olivier*, que nous avons insérés dans nos derniers numéros. A. Q.



montrer que les deux tétraèdres *agdf* et *hbef* ont aussi la même solidité.

Les deux faces *gdf* et *bfc*, ayant des bases égales *fd* et *fc*, sont entre elles comme leurs hauteurs, ou, ce qui revient au même, comme *gd* : *bd*; les hauteurs correspondantes à ces faces, dans les deux tétraèdres, sont aussi proportionnelles aux droites *ac* et *ch*; mais deux tétraèdres sont entre eux comme les produits de leurs bases par leurs hauteurs; donc,

$$agdf : hbcf :: gd \times ac : bd \times ch. \qquad (1)$$

Actuellement, les perpendiculaires abaissées des points *d* et *b*, sur le plan sécant *ehfg*, sont entre elles comme *gd* : *bg*; et celles abaissées des points *c* et *a*, sur le même plan comme *ch* : *ah*; mais les deux premières perpendiculaires sont respectivement égales aux deux dernières, parce que $cf = fd$ et $be = ea$; donc,

$$gd : bg :: ch : ah;$$

d'où

$$gd + bg : gd :: ch + ah : ch \text{ ou } bd : gd :: ac : ch,$$

et par suite, $gd \times ac = bd \times ch$; de là résulte, à cause de la proportion (1), $agdf = hbcf$. C. Q. F. D.

(Au moment de la publication du dernier numéro de la *Correspondance Mathématique*, il m'est parvenu deux nouvelles démonstrations du théorème consigné aux pages 122 et 123 : l'une de M. *Aug. Goethals*, étudiant à l'Université de Gand, est déduite de la théorie des transversales; l'autre de M. *G. N. Groetaers*, cadet à l'école d'artillerie et du génie de Delft, se rapporte entièrement à la démonstration donnée par M. *Nerenburger*. M. *Groetaers* avait aussi démontré le théorème dont il a déjà été question aux pages 66 et 67. Je regrette de ne pouvoir mentionner ou publier dans ce numéro les différens matériaux qui me sont parvenus pendant une absence assez prolongée, que j'ai été dans le cas de faire pour une mission scientifique; la prochaine publication du numéro suivant, suppléera à ce silence.)

A. Q.

Deux droites étant données dans un plan, placer l'œil de manière que la grandeur apparente de l'une, soit double de celle de l'autre. Question proposée à la page 180 du IIIe vol., et résolue par M. MANDERLIER, candidat en sciences, à l'Université de Gand, et par M***.

Prenons pour plan horizontal celui des deux droites proposées A et B; et, pour plan vertical, celui qui passe par A. Après avoir décrit sur A et B des arcs de cercles, tels que celui construit sur A, soit capable d'un angle double de celui dont est capable l'arc décrit sur B; si l'on fait tourner ces arcs de cercles autour de A et de B, chacun d'eux décrira une surface, de tous les points de laquelle les grandeurs apparentes de A et de B seront constantes: ainsi tous les points communs à ces deux surfaces satisferont à la question proposée.

En supposant que les angles sous lesquels on veut voir les droites, soient donnés de grandeur, le problème admet un nombre infini de solutions, puisque l'œil est assujetti à la seule condition d'être placé sur une courbe. Cette courbe peut se construire assez facilement par points, en employant la méthode indiquée par *Monge*, dans sa *Géométrie descriptive*, pour déterminer l'intersection de deux surfaces de révolution dont les axes se coupent.

Si les angles sous lesquels on veut voir les droites étaient indéterminés, et si l'on ne connaissait que leur rapport, en leur attribuant différentes grandeurs, on obtiendrait différentes courbes, dont l'ensemble formerait une surface sur laquelle il suffirait de prendre le point de vue pour voir les droites dans les proportions voulues.

On conçoit qu'il existe des cas où le problème pourrait ne pas admettre de solution. On conçoit qu'il existe aussi des solutions géométriques qui devraient être rejetées en optique, par l'impossibilité où serait l'œil d'apercevoir à la fois les deux droites proposées. En supposant rigoureusement connues les limites de la vue distincte, il serait peut-être curieux de déterminer sur la

surface que donne le problème, la ligne qui sépare dans la pratique, les solutions réelles des solutions illusoires.

Si l'on demandait de placer l'œil de manière que les grandeurs apparentes des deux droites données fussent dans un rapport connu, de n à m par exemple, on pourrait encore employer les mêmes moyens de solution. On pourrait aussi supposer des droites placées dans l'espace d'une manière quelconque.

Enfin, on conçoit que si l'on désirait placer l'œil de manière à voir quatre droites à la fois sous des angles dont les rapports seraient donnés, le problème pourrait être considéré comme déterminé : en prenant en effet la première droite avec chacune des trois autres, on aurait trois surfaces dont les points communs seraient autant de solutions différentes du problème.

GÉOMÉTRIE ANALITIQUE.

Solution de la 2e question proposée, page 64 du IIIe vol., et résolue d'une autre manière à la page 121; par J. N. Noël, professeur des Sciences Physiques et Mathématiques, principal de l'Athénée de Luxembourg.

Soit ABC le triangle proposé; sur ses côtés, pris tour à tour comme diagonales, soient construits les parallélogrammes ANCM, APBK et CQBV, dont les côtés contigus soient parallèles à deux droites données; je dis 1° : que les trois autres diagonales MN, KP et QV, concourront en un même point; 2° : que ce point est le centre d'une hyperbole circonscrite au triangle proposé (*fig.* 27).

1° Plaçons l'origine des coordonnées, généralement obliques, au point A, et dirigeons les axes des x et des y, suivant les droites AN et AK; soient AN $= x'$, et NC $= y'$ les coordonnées du point C, AP $= x''$ et PB $= y''$, les coordonnées du point B. Il est clair que les coordonnées du point M sont o et y', cel-

les du point N, x' et o; donc l'équation de la diagonale MN est

$$y-y'=-\frac{y'}{x'}x\dots\ (1)$$

De même, les coordonnées du point P étant x'' et o, celle du point K, o et y'', l'équation de la diagonale KP est

$$y-y''=-\frac{y''}{x''}x\dots\ (2)$$

Enfin, les coordonnées du point Q sont x' et y'', celles du point V, x'' et y'; donc l'équation de la diagonale QV, est

$$y-y'=\frac{y'-y''}{x''-x'}(x-x'')\dots(3)$$

Pour le point O, où se coupent les diagonales MN et KP, les x et les y sont respectivement les mêmes dans les équations (1) et (2); si donc on résout ces équations, on aura, pour les coordonnées x_1 et y_1 du point O,

$$x=\frac{x'x''(y'-y'')}{y'x''-x'y''}=x_1 \text{ et } y=\frac{y'y''(x''-x')}{y'x''-x'y''}=y_1 .$$

Et, puisque ces valeurs substituées dans l'équation (3) de la diagonale QV, satisfont à cette équation, il s'ensuit que cette diagonale passe aussi par le point O, et qu'ainsi les trois diagonales MN, KP et QV, se coupent au même point O.

2° L'origine étant au centre et les coordonnées quelconques, l'équation d'une ligne du second ordre, est de la forme

$$Ay^2+Bxy+Cx^2+S=o\dots\ (4)$$

Supposons le centre de cette courbe au point O, pris pour origine des coordonnées, et dirigeons les axes des x et des y, parallèlement aux droites AN et AK; ce que nous pouvons toujours faire, puisque les coordonnées sont quelconques dans l'équation (4) de la courbe. Si nous voulons passer de cette équation à celle qui a lieu lorsque l'origine est au point A et les axes dirigés suivant AN et AK, il faudra, comme on sait, remplacer

y et x, par $y-y_1$ et $x-x_1$; il viendra donc alors, pour l'équation de la courbe proposée,

$$A(y-y_1)^2+B(x-x_1)(y-y_1)+C(x-x_1)^2+S=0 \ldots (5)$$

Mais pour que cette courbe soit circonscrite au triangle ABC, il faut que son équation (5) soit satisfaite par les coordonnées des trois sommets A, B, C; ce qui donne, pour déterminer les coëfficiens inconnus A, B, C, les trois équations :

$$\left.\begin{array}{l} Ay_1^2+Bx_1y_1+Cx_1^2+S=0, \\ A(y''-y_1)^2+B(x''-x_1)(y''-y_1)+C(x''-x_1)^2+S=0, \\ A(y'-y_1)^2+B(x'-x_1)(y'-y_1)+C(x'-x_1)^2+S=0. \end{array}\right\} \ldots (6)$$

Développant dans les deux dernières équations et ayant égard à la 1re, puis substituant les valeurs trouvées pour x_1 et y_1, et réduisant, on verra que ces deux dernières équations deviennent

$$Ay''^2(y'x''-x'y''-2x'y')+Cx''^2(y'x''+x'y''-2x'y')=0,$$
$$Ay'^2(y'x''-x'y''-2x''y'')-Cx'^2(y'x''+x'y''-2x''y'')=0.$$

Ces deux équations donnent $A=0$, $C=0$, et la 1re équation (6) fournit $$B=-\frac{S}{x_1y_1}.$$

Avec ces valeurs, l'équation (4) se réduit à

$$xy=x_1y_1,$$

équation d'une hyperbole rapportée à ses asymptotes. Ainsi le point O est le centre d'une hyperbole circonscrite au triangle proposé ABC; ce qu'il s'agissait de démontrer.

(En nous faisant parvenir ce théorème, M. *Noël* observe que la solution du problème d'algèbre de M. *Pagani*, donnée à la page 136, coïncide avec celle qu'il a donnée, page 106, dans ses mélanges d'algèbre nouvellement publiés.)

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Mémoire sur les propriétés polaires de quelques polyèdres, par T. Olivier, ancien élève de l'École Polytechnique.

1. Dans la 3e livraison du tome IIIe de la *Correspondance Mathématique et Physique*, j'ai donné l'énoncé du théorème suivant :

Étant données trois droites a, b, c, *concourant en un point* d ; *si l'on prend à volonté, deux points sur chacune d'elles,*

a' et a'' sur a;
b' et b'' sur b;
c' et c'' sur c;

et qu'on les unisse deux à deux, dans un ordre arbitraire par des droites, l'on obtiendra six points de concours, situés sur une droite unique (*fig.* 28). Mais pour compléter cet énoncé, l'on doit ajouter : que la droite unique n'existe qu'autant que les six points donnés sont sur une courbe du 2e degré, et que lorsque ces six points ne satisfont pas à cette condition, alors les six points de concours, sont distribués trois à trois sur quatre droites.

Le théorème suivant est un cas particulier de celui que je viens d'énoncer.

Si, dans le plan d'un triangle, l'on prend un point arbitraire,

par lequel l'on fasse passer trois droites contenant chacune un des sommets, elles couperont les trois côtés, chacune en un point, de telle sorte, que les trois droites unissant deux à deux ces trois points d'intersection, détermineront par leur rencontre avec les trois côtés prolongés, trois nouveaux points qui seront en ligne droite.

Je crois devoir donner ici la démonstration du théorème général énoncé ci-dessus, parce que le mode de solution que j'emploie, dérive de la manière dont j'ai envisagé les propriétés polaires, dans mes recherches diverses sur les courbes et surfaces du 2e ordre.

Si l'on veut seulement démontrer le théorème énoncé dans le 2e no de la *Correspondance*, en supposant toutefois, pour plus de généralité, que les trois droites divergent d'un point au lieu de les supposer parallèles ; l'on dira :

Par les trois points a', b', c', je fais passer une courbe quelconque du 2e degré α; que je considère comme la base d'un cône C, ayant pour sommet un point s, pris arbitrairement dans l'espace, (*fig.* 28.)

Je suppose la droite ds, et sur cette droite un point arbitraire s'.

Les trois droites $s'a''$, $s'b''$, $s'c''$, couperont respectivement le cône C, en trois points m', m'', m'''.

Ces trois points détermineront un plan M, qui coupera le plan de α, suivant une droite m, qui contiendra les trois points de concours.

En effet, le plan contenant les deux génératrices sa' et sb', coupera le plan contenant les deux droites $s'a''$ et $s'b''$, suivant le côté $m'm''$, du triangle $m'm''m'''$.

Les traces $a'b'$ et $a''b''$ de ces deux plans, se couperont donc au point où le côté $m'm''$ prolongé, viendra percer le plan de α, en d'autres termes, au point où ce côté coupera la droite m; trace du plan M.

Il en sera de même pour les autres droites

$a'c'$ et $a''c''$;
$b'c'$ et $b''c''$;

Par conséquent, les trois points de concours désignés sont en ligne droite.

Le théorème énoncé dans le n° 2 de la *Correspondance*, est donc démontré par ce procédé.

Mais pour démontrer le théorème général que j'ai énoncé dans le n° 3, il faut faire voir dans quel cas, quels que soient les trois points des six donnés sur les trois droites a, b, c, que l'on choisira pour y faire passer la courbe α; l'on obtiendra toujours la même droite m, pour lieu des trois points de concours, obtenus pour chaque combinaison trois à trois, des six points donnés; chaque combinaison ne contenant qu'un des deux points situés sur l'une quelconque des trois droites a, b, c.

Les trois points que la construction précédente nous donne, sont désignés sur la figure, par p', p'', p'''. Et, cette construction ne peut donner que ces trois points, des six de concours qui existent réellement.

Si l'on fait passer la courbe α, par les trois points $a'_{,}$, $b'_{,}$, $c''_{,}$, l'on obtiendra les trois points de concours désignés par p'', q'', q'''.

Et considérant toutes les combinaisons possibles, l'on arrive à cette conséquence, savoir : que la solution du problème donne en effet six points de concours, qui sont trois à trois, en ligne droite; mais rien ne dit jusqu'à présent qu'ils sont tous les six sur une droite unique.

Pour obtenir la solution complète du théorème énoncé dans toute sa généralité, il faut examiner ce qui a lieu dans l'espace, et redescendre ensuite sur le plan.

Ainsi, il faut supposer une pyramide triangulaire tronquée.

Les plans des deux triangles-faces se couperont suivant une droite L, sur laquelle viendront se rencontrer deux à deux, les côtés qui sont dans un même plan.

Les sommets de ces faces triangulaires, seront les six points situés, deux à deux, sur les trois droites arêtes concourant au sommet de la pyramide.

Maintenant l'on peut supposer une courbe du 2e degré α', passant par les quatre sommets d'un des quadrilatères-faces, et re-

garder cette courbe comme la base d'un cône S, ayant son sommet en un point arbitraire s, situé sur L.

Les plans des deux autres quadrilatères-faces couperaient S, suivant deux courbes α'' et α'''.

Les trois courbes α', α'', α''', seront deux à deux, sur trois cônes, donc les sommets seront situés sur L.

2. J'ai démontré, dans le mémoire sur les propriétés des courbes du 2e degré, considérées dans l'espace, et qui est inséré dans le n° 3 de la *Correspondance*, que l'on pouvait toujours envelopper deux courbes planes, situées sur une surface du 2e ordre, par deux cônes.

J'ai aussi démontré dans la *Correspondance de l'École Polytechnique*, rédigée par M. *Hachette*, que les sommets des six cônes enveloppant, deux à deux, trois courbes planes, sont sur quatre droites situées dans un plan.

Si, du sommet de la pyramide, l'on mène deux tangentes à chacune des trois courbes α', α'', α''', les six points de contact seront dans un plan R.

Car, ces six tangentes seront, trois à trois, dans les deux plans, que l'on mènerait par le sommet de la pyramide tangentiellement au cône S.

Les six points de contact des tangentes, seront donc trois à trois, sur deux génératrices du cône S; donc, etc.

Le plan R, passera par la droite qui contient les sommets du cône S et des trois cônes enveloppant, deux à deux, les courbes α', α'', α'''; car les six points de contact des tangentes seront, deux à deux, sur des génératrices appartenantes aux cônes enveloppes.

Le plan R, passera par les trois points où se croisent, deux à deux, les diagonales des trois quadrilatères-faces; car, chacun de ces points se trouve, par la propriété des quadrilatères inscrits, sur la droite h, qui passe par les points de contact des deux tangentes menées du sommet de la pyramide à la courbe, dont le plan est celui du quadrilatère-face, considérée. Et, en vertu des propriétés des quadrilatères inscrits, le plan R passe évidemment par la droite L; et il est facile de voir en même temps que les sommets des trois cônes enveloppes sont sur

cette droite L, puisque, je le répète, la corde *h* des contacts sera la *polaire*, et le sommet de la pyramide, le *pôle* de la courbe considérée.

Si maintenant, sur le plan R, l'on prend un point arbitraire par lequel l'on mène des divergentes passant par les six sommets du tronc de pyramide, par le sommet de la pyramide complète et par les trois points où les diagonales des faces-quadrilatères se croisent; en coupant ce nouveau système par un plan quelconque, l'on obtiendra les six points de concours, tous situés sur la droite *m*, ligne d'intersection du plan sécant et du plan R.

3. Mais si, au lieu de prendre le centre des divergentes sur le plan R, on le choisit hors de ce plan, alors l'on obtient, sur le plan sécant, les six points de concours, distribués, trois à trois, sur quatre droites.

Ainsi donc, *lorsque l'on considère les trois droites* a, b, c, *divergentes d'un point* d; *dans le cas où elles sont situées sur un plan, il doit exister une relation de position entre les six points* a', a'' *et* b', b'', *et* b'' *et* c', c'', *pour que les six points de concours soient sur une droite unique*. Cherchons cette relation.

Si, dans l'espace, l'on prend un point arbitraire *f*, par lequel l'on mène six droites A', A'', B', B'', C', C'', passant respectivement par les points a', a'', b', b'', c', c''.

Si, ensuite, l'on mène par le point *d*, trois droites arbitraires A''' dans le plan *af*, B''' dans le plan *bf*, et C''' dans le plan *cf*, l'on aura six points :

a', sur A';	b', sur B';	c', sur C';
a'' sur A'';	b'' sur B'';	c'' sur C'';

pour que le lieu des six points de concours dans le plan soient sur une droite unique, il faudra évidemment, en vertu de ce qui précède, que le plan R, que l'on obtiendra pour le lieu des six points de concours dans l'espace, passe par le point *f*.

C'est ce qui n'aura lieu qu'autant que les six points situés sur les droites *a*, *b*, *c*, seront sur une section conique, *a*. Car, alors, les six droites divergeant du point *f*, seront les génératrices d'un cône S, qui sera coupé par le plan déterminé par les trois

points $a'_{,}$, $b'_{,}$, $c'_{,}$, choisis arbitrairement parmi les six, suivant une courbe du 2e ordre $\alpha'_{,}$; et par celui des trois points restans $a''_{,}$, $b''_{,}$, $c''_{,}$, suivant une courbe du 2e ordre, α''..

J'ai démontré dans un mémoire sur les propriétés polaires des surfaces du 2e ordre, lu à la *Société Philomatique* de Paris, en février 1826, que les deux courbes α' et α'', sont sur un second cône S′ et sur une infinité de surfaces du 2e ordre, Σ; et que, nommant f le sommet du cône S, f' celui de S′, et L la droite d'intersection des plans des courbes α' et α'' : le plan fL, sera *plan polaire* de Σ, le *pôle* étant le point f'; et le plan f'L, aussi *plan polaire* de Σ, le *pôle* étant le point f.

Les deux plans fL et f'L, étant dits *plans polaires conjugués* de la surface Σ; et le plan R, n'est autre que celui désigné par fL; donc, etc.

Si les trois points a', b', c', sont en ligne droite, ainsi que les trois points a'', b'', c'', l'on n'aura plus que quatre points de concours, qui seront sur une droite unique; parce que les deux droites $a'b'c'$ et $a''b''c''$, joueront ensemble le rôle d'une courbe du 2e ordre.

4. J'ai supposé dans tout ce qui précède que les six points situés dans l'espace étaient les sommets d'un tronc de pyramide triangulaire; mais cette relation de position, ne donne qu'un cas particulier du théorème général, qui peut être énoncé ainsi :

Étant données les trois arêtes A, B, C, d'un angle trièdre; de quelque manière que l'on choisisse sur chacune d'elles, deux points : a′, a″, *sur A;* b′, b″, *sur B;* c′, c″, *sur C, le plan déterminé par trois points (choisis arbitrairement parmi les six, mais de manière qu'il y en ait un de chacune des trois arêtes), coupera celui déterminé par les trois points restans, suivant une droite D. Les combinaisons possibles, trois à trois, des six points, seront au nombre de quatre; et les quatre droites D seront situées sur un plan unique.*

La démonstration que j'ai donnée pour le tronc de pyramide triangulaire s'applique mot à mot à ce théorème général. Et il est facile de reconnaître quels seront les divers polyèdres à six sommets, qui naîtront de la différence de relation de posi-

tion que l'on établira entre les six points situés sur les trois arêtes de l'angle trièdre.

5. J'ai énoncé au commencement de ce mémoire un théorème relatif au triangle, lequel n'était qu'un cas particulier de celui qui existait pour six points distribués, deux à deux, sur trois droites situées sur un plan, et concourant en un point.

Mais, lorsque l'on suppose que les trois droites sont les arêtes d'un angle trièdre, l'on ne trouve aucun cas particulier qui corresponde dans l'espace à ce qui est sur le plan, par rapport au triangle. Ce n'est que lorsque l'on considère quatre droites, concourant en un point et deux à deux sur six plans, que l'on obtient dans l'espace le théorème analogue à celui énoncé sur le plan.

Ce théorème peut être énoncé ainsi :

Soit un tétraèdre dont les sommets sont désignés par m, n, p, q, *et les faces opposées par M, N, P, Q.*

L'on prend un point quelconque r, *dans l'espace, duquel partent quatre droites* mr, nr, pr, qr, *contenant chacune un des sommets du tétraèdre.*

Ces droites perceront chacune en un point, la face opposée au sommet par laquelle elle passe, ainsi :

mr	*percera*	*M*	*en*	m′
nr	—	*N*	—	n′
pr	—	*P*	—	p′
qr	—	*Q*	—	q′

Le plan déterminé par les trois points m′, n′ *et* p′, *coupera la face Q, suivant une droite* q″.

De même, le plan m′p′q′ *coupera N, suivant une droite* n″

et	m′n′q′	— *P*	—	p″
	n′p′q′	— *M*	—	m″

les quatre droites p″, q″, m″, n″, *seront toutes situées sur un plan unique R.*

Et ce théorème n'est qu'un cas particulier du théorème général, qui peut être énoncé ainsi :

Si, sur chacune des quatre droites a, b, c, d, *concourant en un point f, et situées, deux à deux, dans des plans différens, l'on*

prend deux points quelconques, désignés par a′ *et* a″, *sur* a; b′ *et* b″, *sur* b; c′ *et* c″, *sur* c; *et* d′ *et* d″, *sur* d; *les diagonales et les côtés des quadrilatères-plans, ayant pour sommets quatre des huit points donnés et appartenans à deux quelconques des quatre droites, se couperont sur un plan unique R: ou en d'autres termes, six des huit points donnés, et appartenans à trois quelconques des quatre droites, détermineront huit plans qui se couperont, deux à deux, suivant quatre droites qui seront situées sur un plan unique R; et, quel que soit le quadrilatère-plan considéré, ou les six points employés, le plan obtenu, sera toujours le plan R.*

Les huit points pris, deux à deux, sur les quatre droites concourant en un point *f*, peuvent être sur chaque droite d'un même côté par rapport au point *f*; ou l'un d'un côté, et l'autre de l'autre côté; ou bien encore pour une ou deux ou trois droites; seulement, les points peuvent être d'un même côté ou de côtés différens, tandis que pour les trois ou deux ou une droites restantes, les deux points seront de côtés différens ou du même côté, par rapport au point de concours *f*.

Et, quelle que soit la relation de position entre les huit points, ils jouiront toujours des propriétés polaires énoncées ci-dessus; et il est facile de reconnaître combien il y a de polyèdres différens à huit sommets, provenans de la variété que l'on peut établir dans la relation de position.

Le tronc de pyramide quadrangulaire est un cas particulier du théorème général, et jouit des propriétés polaires suivantes :

1° Il est la partie commune de trois pyramides quadrangulaires dont je désigne les sommets par s', s'', s''' ;

2° Les quatre diagonales de ce tronc se croisent en un point, que je désigne par s ;

3° Par les huit sommets du tronc pyramidal, l'on peut faire passer une infinité de surfaces du 2e ordre ;

4° Je désigne par Σ, l'une de surfaces circonscrites.

Les quatre points s, s', s'', s''', seront les sommets d'un tétraèdre, tel que chacune de ses faces sera *plan polaire* de Σ, le *pôle* étant le sommet opposé.

5° Par les huit points donnés sur les quatre droites, concourant en *f*, l'on peut toujours aussi faire passer une infinité de surfaces Σ, et le plan R en sera *plan polaire*, le *pôle* étant le point *f*.

Les théorèmes que je viens d'énoncer sont démontrés dans mon mémoire sur les propriétés polaires de trois et quatre courbes planes, situées sur une surface du 2e ordre; lu à la *Société Philomatique* de Paris, en février 1826, et que M. *Quetelet* doit publier dans l'un des prochains numéros de la *Correspondance* des Pays-Bas.

Ils se déduisent comme conséquences du théorème fondamental suivant :

Étant données n *droites, concourant en un point* f, *et une surface du* 2e *ordre* Σ, *les* 2n *points d'intersection des droites et de* Σ, *seront quatre à quatre, sommets de quadrilatères-plans, dont les diagonales et les côtés se couperont sur un plan unique* R, *qui sera* plan polaire *de* Σ, *le point* f *étant le* pôle. Et vice versa : *si l'on a* 2n *points, situés, deux à deux, sur* n *droites, concourant en un point* f *et donnant un plan unique* R, *pour lieu de concours des diagonales et des côtés des quadrilatères-plans, ils seront tous sur une surface du* 2e *ordre* Σ, *ayant le plan* R *pour* plan polaire, *le* pôle *étant le point* f. Et, si l'on veut avoir le théorème correspondant au cas où les *n* droites seront situées dans un plan, il suffira de remplacer dans l'énoncé précédent, la surface Σ, par une section conique; et le plan R, par une droite;

6° Je crois devoir terminer ce mémoire par une observation qui me paraît d'une grande importance.

L'on sait que dans ces derniers temps quelques géomètres se sont efforcés de faire passer pour une vérité incontestable le principe de la *loi de continuité* en géométrie; et ont, dès lors, présenté comme nouvelle forme de démonstration rigoureuse le mode de raisonnement qu'ils déduisent de ce principe.

Ainsi, ayant trouvé que six points distribués, deux à deux, sur les trois arêtes d'un angle trièdre, donnent un plan unique pour lieu des points de concours; en suivant la route indiquée par ces géomètres, l'on devrait conclure rigoureusement que

lorsque les trois droites divergeant d'un point, sont situées sur un plan, les six points qu'elles contiennent, deux à deux, doivent donner une droite unique pour lieu des points de concours; et que si, dans l'espace, le lieu des concours est un plan, ce lieu se change rigoureusement sur le plan en une droite. Cependant l'on voit d'après ce mémoire, que le résultat que je viens d'énoncer n'est point le véritable, et qu'il est généralement faux.

L'on doit aussi avoir remarqué que si, pour les six points situés dans l'espace, le lieu des points de concours est un plan unique, c'est parce que l'on peut toujours, par ces six points, faire passer une surface du 2ᵉ ordre;

Et que si, pour six points situés sur un plan, le lieu des concours n'est pas une droite unique, ce n'est que lorsque ces six points ne sont pas sur une section conique;

Et comme j'ai démontré le théorème relatif au lieu des points de concours des six points de l'espace, sans avoir égard à la sur face du 2ᵉ ordre qui pouvait leur être circonscrite, rien n'aurait pu faire voir l'erreur à laquelle l'on serait conduit par le principe de la *loi de continuité*.

L'on doit donc employer ce principe comme un moyen de recherches qui fait entrevoir la vérité, mais bien se garder de l'admettre comme conduisant rigoureusement à l'entière vérité.

Note extraite d'une autre lettre de M. Olivier.

Je me souviens du théorème que vous m'avez proposé à mon passage à Bruxelles. *Étant donné un triangle, si l'on prend dans le plan de ce triangle, intérieurement ou extérieurement, un point par lequel passent trois droites partant des sommets, elles couperont les côtés opposés en trois points, tels que les unissant deux à deux, l'on aura trois droites coupant les côtés prolongés, en trois points en ligne droite* *.

Ce théorème n'est qu'un cas particulier de celui que je vous

* J'ai démontré ce théorème dans le 4ᵉ vol. des *Nouveaux Mémoires* de l'Académie de Bruxelles. A. Q.

ai envoyé dernièrement, sur les trois droites partant d'un point (voyez plus haut, ainsi qu'à la page 123 du numéro précédent). En effet, ici la seule différence est que les six points distribués deux à deux, sur trois droites, sont, trois à trois, sur les côtés d'un triangle.

Trouver graphiquement la courbe d'intersection d'une surface de révolution quelconque, avec une surface du second degré, lorsque les axes de ces surfaces ne se rencontrent pas. Question proposée à la page 180 du IIIe vol., et résolue par J. B. GROETAERS, élève de l'Athénée de Bruxelles.

La solution de ce problème repose sur les deux principes suivans : 1° les intersections d'une surface du second degré, par des plans parallèles, sont des courbes semblables et semblablement placées; 2° les droites qui passent par des points semblablement placés, sur deux de ces courbes, se coupent en un point et sont, par conséquent, les génératrices d'une même surface conique.

Soit MN, l'axe de la surface de révolution, dont la courbe méridienne est MAN (*fig.* 29); M'N', l'axe de la surface du second degré, qui est un ellipsoïde dont la courbe méridienne est l'ellipse M'A'N'. On prendra le plan horizontal de projection perpendiculaire à l'axe de la surface de révolution, et le plan vertical, parallèle à l'axe de l'ellipsoïde. On tracera sur le plan horizontal de projection, une ellipse M''N'', semblable à la courbe d'intersection de l'ellipsoïde, par un plan horizontal quelconque, et dont le grand axe se confonde avec la projection horizontale de l'axe M'N'. Pour trouver des points de la courbe d'intersection demandée, on coupera les deux surfaces par un plan horizontal, dont la trace sur le plan vertical de projection est la droite AA'. L'intersection de ce plan, avec la surface de révolution, est un cercle du diamètre AB, et avec l'ellipsoïde, une ellipse semblable à celle tracée sur le plan horizontal de projection; on pourra, par conséquent, concevoir une surface conique, dont les génératrices passent par ces deux ellipses et

se coupent en un point (s, s'), sommet du cône. On imaginera une autre surface conique dont le sommet soit celui de la première, et dont les génératrices passent par la circonférence d'intersection de la surface de révolution, par le plan horizontal AA'; maintenant il est évident que les points communs à la circonférence et à l'ellipse qui sont dans ce plan horizontal, points qui appartiennent à la courbe demandée, se trouveront sur les deux cônes qui ont même sommet, ou sur les génératrices qui sont leur commune intersection. Pour déterminer ces génératrices, on cherchera les traces des deux cônes sur le plan horizontal de projection; la trace d'un de ces cônes est l'ellipse M″N″ déjà connue; quant à celle du cône dont les génératrices passent par la circonférence projetée en AB, elle sera évidemment une autre circonférence du diamètre A″B″, dont le centre O″ est le point où la droite $(so, s'o')$ perce le plan horizontal de projection.

Joignant ensuite les points C,D communs aux deux traces, au sommet des cônes, par des droites, elles rencontreront le cercle de la surface de révolution en deux points, qui appartiendront à la courbe d'intersection demandée.

Si l'on fait ensuite les mêmes constructions pour plusieurs autres plans coupans que l'on prendra toujours horizontaux, on parviendra à déterminer plusieurs points de la courbe d'intersection cherchée, en se servant constamment de la même ellipse tracée sur le plan horizontal de projection.

(Il nous est aussi parvenu une solution de ce problème par M. *Manderlier.*)

MÉCANIQE.

Lettre *sur la pression de la vapeur dans les machines*, adressée par un anonyme au rédacteur de la *Correspondance Mathématique*.

L'on voit si souvent des personnes qui, après avoir fait de

grandes dépenses pour l'établissement de machines à vapeur, n'ont point obtenu les résultats qu'on leur avait fait espérer, quoiqu'elles aient été conseillées par des mécaniciens ou des amis d'ailleurs très-instruits, que je me suis déterminé à vous soumettre quelques observations sur cet objet assez important, puisqu'il a compromis la fortune de plus d'un père de famille.

J'ai vu assez souvent calculer de la manière suivante, l'effet d'une machine, lorsque la pression de la vapeur égale la pression de l'atmosphère. On évaluait le nombre de centimètres quarrés de la surface du piston, et l'on prenait pour l'effet du moteur, un nombre égal de kilogrammes élevés à la hauteur parcourue par le piston dans une seconde. Le machiniste, pour compenser les pertes de force qui résultent de toutes les causes réunies, détermine ensuite l'effet du moteur de manière à surpasser de 1/3 l'effet utile qu'il espérait, soit pour élever ducharbon d'une mine, soit pour produire sur les ailes des roues d'un bateau à vapeur une force déterminée, etc.; examinons le degré d'exactitude de cette évaluation.

1° La température du condenseur est généralement de 50 degrés centigrades, dans les machines à basse pression. La vapeur soutient à cette température une colonne de mercure de 9 centimètres, ainsi la pression sur le piston doit être diminuée de cette quantité, et l'effet sera le même que celui que produirait une vapeur dont la pression serait $\frac{76-9}{76}$ de l'atmosphère, si le vide était parfait dans le condenseur : ainsi du chef de cette première cause, le moteur est réduit à. . . . . $\frac{67}{76}$ P

en appelant P le nombre de kilogrammes de pression primitive sur le piston, ou, suivant l'usage, le nombre de centimètres carrés de la surface de celui-ci.

2° Soit l'épaisseur du piston métallique = ... e

son rayon . . . . = ... r

la surface frottant contre le cylindre sera $= \frac{22}{7} \times 2r \times e$

la vapeur pouvant s'introduire entre les parties du piston et le

cylindre, et pressant en tous sens, il faut que la pression des ressorts, pour serrer ces parties contre le cylindre, soit plus grande que celle qui a lieu sur le piston à surfaces égales.

La pression sur l'unité de surface horizontale du piston, en faisant abstraction de la surface de la base du cylindre de sa tige, est $\frac{P}{\frac{22}{7} r^2}$. Nommons α le facteur par lequel il faut multiplier cette dernière pression, pour qu'elle empêche efficacement le passage de la vapeur entre le piston et le cylindre.

Alors la pression totale du piston contre le cylindre, sera

$$\frac{22}{7} \times 2r \times e \times \frac{\alpha P}{{}^{22}/_{7}\, r^2} = \frac{2 e \alpha P}{r}.$$

D'après les expériences de *Coulomb* sur les frottemens, on peut considérer comme nulle l'adhérence des surfaces, quand le cuivre frotte à sec contre le fer, et le rapport du frottement dans ce dernier cas est 0,243 : quoiqu'il diminue un peu lorsque le mouvement est très-rapide.

On aura donc pour le poids exprimant le frottement

$$0,243 \times \frac{2 e \alpha P}{r}.$$

Pour que ce résultat s'accorde avec les expériences directes que *Langsdorf* a faites sur les frottemens des machines à colonnes d'eau et des machines à vapeur, il faut faire $\alpha e = 0^m,20$, en prenant le mètre pour unité. On aura ainsi pour le poids provenant du frottement et que le moteur doit élever en même temps que celui qui presse vaticalement le piston

$$0^m,\ \frac{096\ P}{r};$$

afin d'éviter les fractions, prenons pour ce poids . . $\frac{P}{10\, r}$

si $r = {}^1/_2$ mètre, on aura pour la perte de ce chef . . $\frac{2}{10}$ P

si $r = {}^1/_4$ mètre, elle sera . . . . $\frac{4}{10}$ P

Il ne restera donc que $P\left(1-\frac{1}{10r}\right)$ pour le poids qui, placé sur le piston, fasse équilibre à la force qui tend à le soulever.

Remplaçant, P par $\frac{67}{76}P$, il ne restera plus sur le piston qu'une pression utile, égale à

$$\frac{67}{76}\left(1-\frac{1}{10r}\right)P.$$

3° La tige du piston ayant un diamètre qui varie, suivant les machines, depuis $^1/_{10}$ jusqu'à $^1/_{15}$ de celui du cylindre, le frottement qu'elle éprouvera sera, en prenant le cas le plus favorable, savoir : celui où son diamètre est le plus petit, exprimé par

$$\frac{1}{10\times\frac{1}{15}r}\times\frac{P}{15^2}=\frac{1}{150\,r}\times P,$$

parce que dans la formule précédente, P doit être remplacé par la pression correspondante à la superficie de la section droite de la tige du piston, qui n'est que la $\frac{1}{15\times15}$ partie de P.

Ainsi de ce chef, il ne reste plus de la force précédente, que

$$\frac{67}{76}\left(1-\frac{16}{150\,r}\right)P.$$

4° Le diamètre de la pompe à air est ordinairement les $^2/_3$ de celui du cylindre à vapeur; ainsi, si dans l'expression précédente du frottement, on remplace r par $^2/_3\,r$, P par le poids de la colonne atmosphérique, lequel est de 10,000 kil. en nombre rond, sur un mètre quarré de surface, et de $\frac{22}{7}\times\frac{4}{9}\times 1000\,r^2$, ou $\frac{88000}{63}\,r^2$ sur un cercle d'un rayon $\frac{2}{3}\,r$, on aura

pour le frottement de la pompe à air,

$$\frac{880}{63\,r}.$$

Cette force agit, dans la machine, au milieu de la distance du centre du balancier au point d'attache du piston. En la supposant transportée sur le piston, elle agira avec un bras de levier double, et elle sera réduite à moitié. Ainsi, son effet sera celui d'un poids placé sur le piston, et équivalent à un nombre de kilogrammes représenté par

$$\frac{440}{63\,r}.$$

La force est donc réduite à $\frac{67}{76}\left(1-\frac{16}{150r}\right)P-\frac{440}{63}r$

ou en remplaçant P par la valeur qui est $\frac{22}{7}r^2 \times 10000$ kil., on obtient pour la force qui reste après les déductions précédentes :

	Pression ou force primitive contre le piston.	Pression ou force restante pour le soulever.
	Kil.	
pour $r = 1/8$	491	63
pour $r = 1/4$	1964	965
pour $r = 1/2$	7694	5449

Pour abréger, je fais abstraction du poids à soulever par la pompe à air, de la pompe alimentaire, de celle à l'eau froide, du mouvement de soupapes, de l'inertie du balancier et du volant; enfin, des frottemens sur les tourillons, et je fais observer que la force restante est le poids qui, posé sur le piston, le maintiendrait en équilibre; désignons ce poids par M, et cherchons le poids x que la machine peut mouvoir en l'élevant à un mètre de hauteur par seconde. Cette hauteur correspond à l'espace parcouru par le piston dans les meilleures machines : car, dans la plupart, cet espace n'est que de $0^m,8$ par seconde.

Le piston pressé d'un côté par le poids M, du côté opposé par le poids x, est absolument dans le cas de la machine d'Atwood,

connue de tous les physiciens. On sait que la force accélératrice dans cette machine, est égale à $\frac{M-x}{M+x}g$, g étant la force accélératrice de la pesanteur, et que l'espace parcouru pendant la première seconde de temps, est $\frac{1}{2}\frac{M-x}{M+x}g$.

N'ayant pris que des nombres ronds, nous ferons $g = 10$ mètres et nous aurons $5 \times \frac{M-x}{M+x} = 1$, d'où

$$x = \frac{2}{3}M;$$

ainsi on aura pour le nombre de kilogrammes élevés à 1 mètre de hauteur, d'après les trois suppositions précédentes, 42 kil., 643 kil., 3633 kil.

On voit donc que, pour les cylindres de 50 centimètres de diamètre, le nombre de kilogrammes élevés à 1^m, n'est que le 1/8, et pour ceux de 1 mètre, il n'est que la moitié de celui de la pression primitive, malgré toutes les résistances omises dans ce calcul approximatif.

Il faut observer que la valeur 0^m, 20 de ae, ne doit être appliquée que dans les limites des expériences de *Langsdorf*, sur les machines à colonnes d'eau et celles à vapeur, voilà pourquoi la valeur 42 kil. est évidemment trop petite ; mais pour les machines ordinaires, cette valeur de ae n'est pas exagérée ; car, pour un piston de 13 centimètres de hauteur, on a, $\alpha = 1,5$; c'est-à-dire, que la pression contre le cylindre ne surpasse que d'une moitié la force par laquelle la vapeur tend à comprimer les ressorts métalliques, pour passer du côté opposé du piston. Quand la hauteur du piston sera donnée, il est facile de déterminer ae d'après la résistance qu'on veut opposer au passage de la vapeur.

Christian croit que la vitesse du piston est la même, quelles que soient les charges ou pressions, pourvu que leur différence soit la même ; mais ses expériences sont faites beaucoup trop en petit, et elles contrarient trop les principes reconnus de la théorie, pour pouvoir être admises comme vérités dans le calcul des machines, au moins jusqu'à présent.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

ASTRONOMIE.

Longitudes et Latitudes des Observatoires et de quelques lieux remarquables ; par H.-T PELAIN.

	Long. de Greenw. en temps.				Latit. nord.		
Amsterdam, Felix Meritis.	— 0h	19′	32″	E.	52°	22′	17″
Berlin, Observatoire royal	— 0	53	31	E.	52	31	45
Blenheim, Angleterre	+ 0	5	23	O.	51	50	29
Bologne, Université.	— 0	45	23	E.	44	29	56
Brémen, Olbers	— 0	35	12	E.	53	4	46
Breslau, Université	— 1	8	11	E.	51	6	30
Brunswick, Obs. de Gauss.	— 0	42	8	E.	52	15	29
Bude, Obs. royal	— 1	16	10	E.	47	29	44
Cadix, Observ. de la Marine. . . .	+ 1	25	48	O.	36	27	45
Caire, Institut.	— 2	5	15	E.	30	2	21
Coimbre, Obs. royal	+ 0	33	37	O.	40	12	30
Constantinople, Ste-Sophie	— 1	55	41	E.	41	1	27
Copenhague, Observatoire royal. . .	— 0	50	18	E.	55	41	4
Cracovie, Université	— 1	19	44	E.	50	3	38
Cremsminster, Abbaye	— 0	56	32	E.	48	3	29
Dantzig, doct. Wolf	— 1	14	32	E.	54	20	48
Dorpat, Université	— 1	46	55	E.	58	22	48
Dresden, Salon Mathématique . . .	— 0	54	50	E.	51	3	9
Dublin, Observatoire royal	+ 0	25	25	O.	53	21	11
Eisenberg, Baron de Zach.	— 0	47	50	E.	50	57	58
Florence, Collége.	— 0	45	3	E.	43	46	41

	Longit. de Greenw. en temps.				Latit. nord.		
Guroa, Université	— 0h	35′	52″	E.	44°	24′	59″
Gottingen, idem.	— 0	39	42	E.	51	31	54
Gotha, Obs. du Seeberg.	— 0	42	56	E.	50	56	7
Greenwich, Observatoire royal	0	0	0		51	28	39
Hyères, Potalet	— 0	24	31	E.	43	7	2
Leipzig, Université	— 0	49	20	E.	51	20	44
Leyden, idem.	— 0	17	55	E.	52	9	30
Lilienthal, Obs. de Schrœder.	— 0	35	35	E.	53	8	25
Lisbonne, Obs. du Collége des Nobles.	+ 0	36	34	O.	38	42	50
Londres, St-Paul.	+ 0	0	23,1	O.	51	30	49
Madrid, Obs. roy. Placa Maym.	+ 0	14	47	O.	40	24	58
Manheim, Obs. duché de Bade	— 0	33	53	E.	49	29	18
Marseille, Observatoire royal.	— 0	21	29	E.	43	17	50
Milan, Obs. royal de Breza.	— 0	36	45	E.	45	28	2
Mirepoix, Observatoire royal.	— 0	7	30	E.	43	5	19
Mittaw, Obs. Impl.	— 1	34	54	E.	56	39	6
Montpellier, Obs. de l'Académie.	— 0	15	31	E.	43	36	29
Moscou, Observatoire	— 2	30	12	E.	55	45	45
Munich, Notre-Dame	— 0	46	20	E.	48	8	20
Naples, Observatoire royal.	— 0	57	5	E.	40	50	15
Oxford, Obs. Rattclieff	+ 0	5	0	O.	51	45	40
Padoue, Université.	— 0	47	31	E.	45	24	2
Palerme, Observatoire royal	— 0	53	27	E.	38	6	44
Paris, idem.	— 0	9	21	E.	48	50	13
Pétersbourg, Observatoire impérial.	— 2	1	13	E.	59	56	23
Pise, Université	— 0	41	36	E.	43	43	11
Prague, Observatoire royal	— 0	57	41	E.	50	5	19
Ratisbonne, St-Émerau.	— 0	38	14	E.	49	0	58
Rome, Collége romain.	— 0	49	57	E.	41	53	56
Slough, Dr Herschell	+ 0	2	24	O.	51	30	20
Stockholm, Observatoire royal	— 1	12	13	E.	59	20	31
Toulouse, M. Vidal.	— 0	5	46	E.	43	35	46
Turin, Piazza Castello	— 0	30	41	E.	45	4	14
Utrecht, Université	— 0	20	27	E.	52	5	12

	Longit. de Greenw. en temps.				Latit. nord.		
Venise, St-Marc	— 0h	49′	24″	E.	45°	25′	54″
Vérone, M. Cagnoli	— 0	44	1	E.	45	26	6
Vienne, Université	— 1	5	31	E.	48	12	40
Viviers, M. P. Flaugergues	— 0	18	45	E.	44	29	19
Wilna, Université	— 1	41	10	E.	54	41	2
Alexandrie	— 1	59	43	E.	31	13	5
Archangel	— 2	35	58	E.	64	33	36
Athènes	— 1	35	5	E.	37	58	1
Bath	+ 0	9	25	O.	51	22	30
Brighton	+ 0	0	31	O.	50	49	32
Cajanebugh	— 1	51	2	E.	64	13	30
Calcutta	— 5	53	59	E.	22	34	45
Canton	— 7	32	11	E.	23	8	9
Cap Toron	— 1	13	36	E.	33	55	15 S.
Glasgow, Observatoire	+ 0	17	7	O.	55	51	32
Highbury, idem	+ 0	0	23,4	O.	51	33	13
Kew, idem	+ 0	1	23	O.	51	28	37
Loampit Hill, idem	+ 0	0	4	O.	51	28	7
Maestricht	— 0	22	44	E.	50	51	7
Nangasaki, Japon	— 8	39	41	E.	32	45	5
Pékin, Observatoire	— 7	45	51	E.	39	54	13
Philadelphie	+ 5	0	46	O.	39	56	55
Port-Royal, Jamaïque	+ 5	6	57	O.	18	0	0
Ste-Hélène	+ 0	23	15	O.	15	54	0 S.
Sydney Cove, South Walis	— 10	5	29	E.	33	51	3 S.
Syena, Égypte	— 2	11	40	E.	24	8	6
Ténériffe, le Pic	+ 1	6	39	O.	28	17	0
Uranibourg, Obs. de Tycho	— 0	50	52	E.	55	54	38
York	+ 0	4	24	O.	53	57	45
Havane, Observatoire	+ 5	29	28	O.	23	8	16

Ce catalogue, qui a été trouvé dans un livre acheté à une vente mortuaire, m'a été obligeamment communiqué par M. *Gardner*, géographe à Londres.

PHYSIQUE.

Sur la chute d'une lentille le long d'un plan incliné. Expérience communiquée au rédacteur par M. Stratford, secrétaire de la Société Astronomique de Londres.

On peut répéter assez facilement l'expérience suivante, au moyen d'une lentille qui présente une convexité dans un sens, comme, par exemple, un verre de montre. On plonge la convexité dans de l'eau, de manière qu'il y adhère une large goutte, puis on repose la lentille sur une lame de verre plane, placée horizontalement. Dans cette position, le liquide se répand autour du point de contact de la lentille et du plan. Si alors on soulève doucement la lame de manière à former un plan incliné, la lentille, au lieu de glisser le long de la surface, se met à tourner rapidement sur elle-même, et elle descend dans une direction rectiligne différente de celle qu'elle prendrait si elle glissait librement.

Ce singulier phénomène peut être varié en prenant des précautions convenables. On peut, par exemple, éviter le tournoiement de la lentille; mais il faut pour cela que la lame de verre soit parfaitement plane, que la lentille soit bien homogène et symétrique autour de son axe, et que l'action capillaire de l'eau entre les deux verres ne soit pas plus forte dans un sens que dans l'autre. Pour juger de l'influence de cette action, on peut graisser une partie de la lentille, et faire prendre à la petite couche d'eau une courbure concave ou convexe, plus ou moins grande. On voit que tout le secret se réduit à faire tomber la résultante des forces qui tendent à faire descendre la lentille dans une direction qui ne soit pas celle de la chute libre, si toutes les conditions précédentes étaient remplies. (*Extrait d'une lettre à M.* Hachette.)

Expériences sur les axes permanens de rotation.

On sait que, quand un corps prend un mouvement de rotation, toutes ses particules acquièrent des forces centrifuges, en vertu desquelles elles tendent à s'éloigner les unes des autres; et que quand le corps tourne autour d'un des ses *axes permanens*, toutes les forces centrifuges se font équilibre. La détermination pratique des axes permanens peut se faire d'une manière aussi simple que curieuse pour un grand nombre de corps. Ces sortes d'expériences méritent d'être faites dans des cours publics, où l'on s'attache particulièrement à convaincre par des faits. On peut s'y prendre de la manière suivante, qui est celle que M. *Gregory* suit dans ses cours à l'École Royale d'Artillerie de Woolwich, comme cet habile professeur a bien voulu me le montrer.

Soit *c* une roue qui communique un mouvement de rotation horizontal à une poulie *a* (fig. 30). On attache à l'axe *aa'* un fil *a'b*; à l'extrémité de ce fil on suspend par son bout une baguette *bb'*, de manière qu'elle soit dans la direction de la verticale; après quelques instans de rotation, la baguette se relève pour se placer dans un plan horizontal, comme l'indique la figure, elle décrit alors la surface d'un cercle et le fil décrit une surface conique.

Si l'on suspend au fil un anneau métallique par un point de sa circonférence, de manière qu'un de ses diamètres soit dans le prolongement du fil; par l'effet de la rotation, le plan de l'anneau se relève et se place horizontalement, pendant que le fil décrit une surface conique autour du point de suspension.

On peut substituer à la baguette et à l'anneau, des corps de différentes formes, et l'on produit des effets que l'on aurait souvent bien de la peine à prévoir. Un des plus curieux est celui qu'on obtient par une chaîne, dont on attache les deux extrémités au fil *a'b*. Dans l'état d'équilibre, la chaîne, pliée en double, pend dans la direction de la verticale; bientôt l'effet de la rotation sépare les deux parties qui tendent à se disposer

horizontalement. Si le mouvement se prolonge, la chaîne se développe circulairement dans une position parfaitement horizontale, quoiqu'elle ne soit suspendue que par un de ses points. Ce mouvement de rotation est des plus remarquables, et étonne singulièrement les personnes qui le voient pour la première fois.

Nous croyons inutile d'insister davantage sur ces sortes d'expériences, qu'il est aisé de varier de différentes manières, d'après les indications précédentes. J'ai vu chez le célèbre artiste *Troughton*, des machines en forme de toupies, destinées à remplacer dans les expéditions vers le pôle, les horizons artificiels qui exigent l'emploi des liquides. On leur communique un mouvement de rotation très-rapide, et elles prennent alors une position telle que l'axe paraît absolument immobile dans sa position verticale; la surface supérieure qui est polie, sert d'horizon artificiel. La toupie tourne pendant plusieurs minutes, sans que son axe de rotation semble subir de changement sensible.

Les expériences précédentes peuvent encore servir à montrer quelle est la position que tendent à prendre les différentes parties d'une machine qui tourne autour d'un axe, et conséquemment à prévenir dans bien des cas des pertes de forces.

A. Q.

Lunettes achromatiques de M. BARLOW.

M. *Barlow* vient de faire sur l'achromatisme, au moyen des liquides, de nouveaux essais qui promettent les plus heureux résultats. La lunette se compose d'un oculaire et d'un objectif simple, qui se trouvent aux deux extrémités de l'instrument. Une seconde lentille renfermant le liquide est placée vers le tiers de la lunette, à partir de l'objectif. Cette lentille (*fig.* 31), se compose de deux verres *aa* et *bb*, qui sont des segmens de sphères creuses, et qui sont séparés par un anneau *cc* également de verre. Le liquide intérieur *d* (sulphuret de carbone), est retenu par la manière hermétique dont

les surfaces sont en contact. M. *Barlow* emploie à l'extérieur, le cruor du sang humain, en forme de mastic, pour mieux empêcher l'écoulement du fluide. Les verres ont été dressés dans le grand établissement de M. *Guilbert*, à Woodfort; le principal avantage de ces sortes de lunettes, est de pouvoir éviter plus facilement les bulles et les défauts qui se trouvent quelquefois dans les morceaux de verre de grande dimension, employés pour la fabrication des objectifs ordinaires.

J'ai vu, chez M. *South*, une lunette achromatique nouvelle, de quatre pieds de foyer et de près de quatre pouces d'ouverture, que M. *Barlow* essayait devant plusieurs personnes. L'instrument supportait assez bien un grossissement de 180 fois; on pouvait distinguer la petite polaire, et généralement les étoiles avaient une forme ronde et bien déterminée. Espérons que cet habile physicien, à qui le magnétisme doit déjà tant de belles observations, ne rendra pas moins de services à la science de l'optique. A. Q.

Instrument pour dessiner la perspective.

M. *Meyer*, régent au collége d'Echternach, nous a fait parvenir une note sur un instrument de sa composition, pour dessiner la perspective, qu'il nous invite à faire connaître à nos abonnés. Ce sont simplement deux règles graduées *aa* et *bb*, assemblées à angles droits, et dont l'une peut glisser dans l'autre (*fig.* 32). La règle verticale peut de plus se mouvoir latéralement dans la rainure graduée *cc*, dans laquelle s'engage son extrémité. L'œil vient se placer derrière un piquet *hh*, muni à son extrémité d'un anneau qui porte un fil à plomb *def*.

Pour dessiner les perspectives des objets, on trace sur le papier deux axes rectangulaires, qui représentent les deux règles placées aux points zéro des divisions : il s'agit alors de se procurer les coordonnées de chaque point. A cet effet, on dirige un rayon visuel *d*V vers le point à mettre en perspec-

tive, et l'on remonte ou l'on abaisse la règle *aa* au moyen d'un curseur jusqu'à ce qu'elle se trouve en contact avec ce rayon; le nombre de degrés dont *aa* aura changé de place, fera connaître sur *bb* l'ordonnée du point V; et l'abcisse sera estimée sur la règle graduée *aa*, par la position du point *e*. La rainure *cc* devient nécessaire, lorsque la longueur de *aa* n'est pas suffisante, on recule alors les deux axes vers la droite ou vers la gauche.

L'auteur observe que les deux règles et le piquet, peuvent être conformés de manière à être réunis en canne.

MÉTÉOROLOGIE.

Fin du catalogue des principaux phénomènes météorologiques observés à Liége depuis le commencement du XI[e] *siècle jusqu'à la fin du* XVIII[e], communiqué par M. D. SAUVEUR fils, docteur en médecine (*Voyez* le numéro précédent).

1224. Les chaleurs furent si fortes que les grains séchèrent sur pied. Des vents violens qui régnèrent pendant tout le mois d'août, achevèrent de dépouiller les campagnes.

1282. Le 9 des calendes de septembre (24 août), on buvait à Liége du vin nouveau.

1493. Été très-chaud. Suivant un manuscrit cité par Foullon, le setier de bled ne fut vendu, pour un temps, que 4 *aidans* (un sou de Liége); la quarte de vin du pays, un *aidan*.

1500. Le 5 des ides sextiles (9 août), on buvait à Liége du vin nouveau.

1540. La moisson et la vendange furent faites avant le commencement du mois d'août.

1578. Chaleurs excessives. La sécheresse dura depuis le mois de mai jusqu'au mois de septembre.

1615. Chaleurs très-fortes. Tout fut ravagé dans les champs.

Orages.

1118. Le 6 des nones de mai (2 mai). Il précéda le tremblement de terre qui se fit sentir vers le soir. Le 7 des ides de juin (7 juin) et le 6 des ides de juillet (10 juillet), pluies très-fortes et vent impétueux.

1196. Pluies très-abondantes. Tout fut ravagé dans les champs.

1463. Un orage très-violent éclata entre les villages d'Ans et de Lantin. La ville est en partie inondée par les eaux qui descendent des montagnes.

1491. Vers la fin de juillet, orage et pluies très-violentes.

1502. Le 8 des ides de septembre (6 septembre), orage très-fort.

1505. Pluies continuelles, depuis le mois de mai jusqu'au mois de juillet.

1533. En février, la veille des nones (4 février), et le 10 des calendes de mars (20 février).

1541. En avril, le jour de St.-Marc. Les eaux qui descendirent des montagnes inondèrent une partie de la ville.

1551. Le 10 des calendes de juin (23 Mai).

1554. Le 12 des calendes de mai (20 avril). Plusieurs églises furent incendiées par la foudre.

1555. Orage accompagné de grêle; il fut surtout très-violent dans le Condroz. Les jours suivans, on trouva beaucoup d'animaux morts dans les champs.

1557. Le 12 des calendes de mai (20 avril).

1581. Le 7 des ides d'avril (7 avril). Pluie violente accompaée de grêle.

1606. Le 27 mars, entre 2 et 3 heures après-midi. Ouragan très-violent.

1614. Il plut pendant une grande partie de l'année.

1747. Dans le mois de décembre, vent impétueux.

1779. Le 1er juillet, à 2 heures après-midi. Orage extrêmement violent, accompagné de pluie et d'une grêle très-forte. Le vent était nord-ouest.

1783. Le 23 mars, vers trois heures et demie de l'après-midi. Orage violent accompagné de pluie et de grêle.

Aurore Boréale.

1726. Le 19 octobre, vers 8 heures du soir, la lune se trouvant au dernier quartier, elle fut visible pendant plus de deux heures et, durant ce temps, on put lire et distinguer les objets. Ce phénomène fut aperçu dans une grande partie de l'Europe.

On lit dans Foullon, que le 9 janvier 1665, l'on aperçut à Liége un phénomène assez remarquable, qui se trouve rapporté en ces termes :

Januarii nona anno 1665, *circa primam diei vigiliam lapsæ sunt e cœlo in civitatem plures flammæ ignitæ, tum acerrimo gelu, etc.*

La nuit du samedi 19 octobre 1726, parut à Liége un phénomène extraordinaire, qui dura pendant plus de deux heures. La lune était alors au dernier quartier, et par conséquent, l'hémisphère privé de lumière; cependant sur les 8 heures du soir, on vit le ciel tout en feu, en sorte que l'on pouvait facilement lire et distinguer les objets. Ce phénomène a paru dans presque toute l'Europe. (Continuation du *Recueil Héraldique*, pag. 27.)

STATISTIQUE.

On trouve dans une notice, intitulée *Medical Statistics*, par *Nathaniel Niles* et *John D. Russ*, et imprimée à New-York, la table suivante, qui indique le rapport des décès à la population pour les villes de New-York, Philadelphie, Baltimore et Boston.

Années.	New-York.	Philadelphie.	Baltimore.	Boston.
1820.	35,16	33,90	38,60	39,83
1821.	37,01	36,82	32,07	32,73
1822.	43,04	33,21	28,71	40,88
1823.	42,85	26,46	32,54	45,10
1824.	36,05	28,26	48,14	42,30
1825.	33,09	33,29	47,12	40,19
1826.	35,42	31,22	39,01	49,13

TABLEAU des Naissances, Décès et Mariages pendant l'année 1826, *pour la ville de Groningue;* communiqué par M. Verdam, lecteur à l'Université de cette ville.

NAISSANCES.	Masc.	Fem.	DÉCÈS.	Masc.	Fem.
Janvier	48	38	Janvier	30	26
Février	35	38	Février	21	18
Mars	45	50	Mars	31	32
Avril	46	39	Avril	28	14
Mai	45	41	Mai	23	31
Juin	29	33	Juin	56	46
Juillet	39	25	Juillet	59	94
Août	54	39	Août	221	224
Septembre	50	47	Septembre	319	343
Octobre	45	47	Octobre	277	309
Novembre	37	49	Novembre	167	249
Décembre	43	30	Décembre	115	111
	516	476		1347	1497
Total... 992			Total... 2844		

Ajoutez ...... 74 nés morts.

En tout ...1066

De ces 2844 décès, 1022 tombent au-dessous de l'âge de 14 ans, et 1822 au-dessus de 14 ans.

On a compté 238 mariages. — On estimait que la population de Groningue, en 1826, s'élevait à 30,000 âmes au plus.

REVUE SCIENTIFIQUE.

Histoire de l'Astronomie au dix-huitième siècle, par M. Delambre, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de Paris, etc., etc., publiée par M. Mathieu, membre de la même Académie et du Bureau des Longitudes.

Cet ouvrage, in-4°, de 796 pages, avec 3 planches, est orné du portrait de l'auteur, fait d'après son buste. La préface, qui est due à M. *Mathieu*, commence ainsi : « M. *Delambre* » a laissé deux ouvrages inédits : l'*Histoire de l'Astronomie* » *au dix-huitième siècle*, que je publie aujourd'hui, et celle » de la *Mesure de la terre*, qui, jointe à quelques articles détachés, sera mise incessamment sous presse, et formera un » autre volume..... Il avait commencé au mois de juin 1822, » l'impression de l'*Astronomie au* 18e *siècle*, mais des souffrances qui s'aggravaient chaque jour, le forcèrent, un mois » avant sa mort, de l'abandonner à la huitième feuille, et » elle n'a pu être reprise que long-temps après. » Suit une table alphabétique très-étendue et très-commode des matières contenues dans ce volume. L'ouvrage est divisé en huit livres, qui offrent l'historique très-détaillé des travaux des astronomes depuis *Newton*, jusqu'à ces derniers temps.

Livre i. Newton, Clairaut, Mac-Laurin, Pemberton, Castillon, Whiston, Gregory (David), Loadhetter.

Livre ii. Flamsteed, Halley, Horrebow, Wurzelbaus.

Livre iii. Keill, Le Monnier, Graham, Sisson, Bird.

Livre iv. Maraldi I, II et III, Cassini II, III et IV, Saron, le président.

LIVRE V. Louville, Delisle (Joseph-Nicolas), Grand-Jean De Fouchy, Godin, La Condamine, Bouguer (Pierre), Maupertuis, Pezenas, Maufredi, Marinoni, Ximenès, Melchior De Briga, Kegler, Simonelli, Frisi.

LIVRE VI. Bradley, Bliss, Mayer (Tobie), Côtes, La Caille.

LIVRE VII. Wargentin, La Lande (Joseph-Jérôme le Français), Chappe d'Auteroche (l'abbé), Maskelyne, Mason.

LIVRE VIII. Long, Fergusson, Boscovich, Pingré, Bory, Le Gentil, Du Séjour, Bailly, Jaurat, Mechain, Messier.

M. *Mathieu*, qui s'est chargé de la révision des épreuves, a enrichi ce volume de notes fort intéressantes, et l'a terminé par une note très-étendue sur les réfractions astronomiques. Cet ouvrage, réuni à l'*Histoire de l'Astronomie ancienne*, 2 vol. in-4°, avec 17 planches (1817), et à celle de l'*Astronomie du moyen âge*, 1 vol. in-4°, avec 17 planches (1821), complète celle de cette science.

Cette intéressante collection doit entrer dans les bibliothéques de nos universités, où les élèves vont chercher et s'attendent à trouver tous les matériaux de l'histoire de nos connaissances. J. G. G.

On trouve, page 114 de ce volume, une annonce des *Élémens de Physique expérimentale et de Météorologie*, par M. C. S. M. M. R. POUILLET : cependant nous croyons ne pas faire un double emploi, en offrant ici le *prospectus* de l'ouvrage rédigé par l'auteur lui-même, qui, en nous le remettant, a fait quelques corrections aux titres de la deuxième et de la troisième partie, et aux époques de la publication des seconde, troisième et quatrième parties.

Cet ouvrage est à peu près le texte des leçons que M. *Pouillet* fait depuis plusieurs années à la faculté des sciences, au collége royal de Bourbon et à l'Athénée de Paris. La physique y est traitée d'une manière élémentaire et expérimentale, c'est-à-dire que l'auteur remonte à l'origine de la science, qu'il en

discute avec soin les premiers principes, qu'il les développe par l'expérience, et qu'il en poursuit les développemens aussi loin que l'esprit peut aller sans le secours des formules mathématiques.

Les théories physiques que l'on doit à M. *de La Place*, à M. *Fourrier* et à M. *Poisson*, constituent une science nouvelle, qui est une des plus beaux monumens de notre siècle, et qui marque un des plus grandes époques de la philosophie naturelle; mais cette science est d'un autre ordre, elle exige les plus hautes connaissances du calcul intégral et de la mécanique, et sans doute il faudra bien des années avant que l'enseignement commun puisse s'élever jusque là. La physique expérimentale, qui est une science toute populaire, doit rester complétement séparée de cette physique mathématique: toutes les vérités et les lois générales qui peuvent se démontrer par le sécours de l'expérience et par la puissance du raisonnement sont le vaste champ de la première; tout ce qui exige l'instrument encore plus puissant du calcul est le champ sans limites de la dernière. Il est vrai que des calculs, même assez simples, seraient souvent des moyens de démonstration plus prompts que ne peut être le raisonnement : à les employer on gagnerait du temps; mais l'habitude de calculer et l'habitude de raisonner sont deux choses distinctes, et peut-être y a-t-il quelque avantage à ce que des leçons de physique soient plutôt un cours de déductions logiques qu'un cours de démonstrations mathématiques.

De toutes les sciences, la physique est celle qui entre le plus dans l'usage ordinaire de la vie, soit par ses applications aux beaux-arts et aux arts industriels, soit par les phénomènes de la température de la terre, de l'électricité de l'atmosphère et de la météorologie en général, soit par les autres phénomènes naturels qu'elle a pour objet d'expliquer et de faire comprendre; c'est une grande raison de lui donner une forme qui la rende accessible à tous les esprits : puisque tout le monde en a besoin, il est bon que tout le monde la connaisse. D'ailleurs la langue française est assez claire, assez

précise et assez rapide pour qu'on puisse avec elle exposer les principes de toutes les mutations qu'on observe à la surface de la terre, discuter leurs résultats et développer l'enchaînement admirable de toutes les vérités qui s'en déduisent. On n'atteint pas de cette manière à une concision algébrique, mais les paroles et les images font une plus vive impression sur l'esprit; on les saisit plus rapidement, et on acquiert ainsi cette habitude de raisonner sur les expériences et sur les faits, qui devient une méthode universelle, et la plus sûre méthode pour pénétrer jusqu'à la réalité des choses.

On a vu des époques où la science, tout en faisant de rapides progrès entre les mains des physiciens, ne se propageait que lentement dans le public. Maintenant de brillantes découvertes se succèdent tous les jours chez tous les peuples savans; et, ce qui n'est pas d'une moindre importance, le bienfait de la propagation suit de près le bienfait de l'invention. Le cours des colléges royaux et des facultés répandent promptement ces connaissances nouvelles; ce qui est découvert en Amérique est professé quelques mois plus tard dans nos villes de province, et toute la France en peut recueillir les fruits. On sait avec quel empressement la jeunesse profite de ces avantages; à la faculté de Paris plus de douze cents jeunes gens se pressent dans l'amphithéâtre pour y entendre les leçons de physique et celles de chimie, et rien de ce que savaient les anciens et de ce que savent les modernes ne leur reste étranger. M. le professeur *Pouillet*, en publiant ses leçons, a eu pour objet de faire une exposition complète de toutes les parties de la physique, et d'offrir aux étudians et au public un moyen de plus d'en faire une étude approfondie.

Les *Élémens de Physique et de Météorologie* se composeront de deux volumes in-8°, ayant chacun quarante à quarante-cinq feuilles d'impression, et quinze planches en taille-douce.

Chaque volume aura deux parties, pour la facilité de la publication.

La première partie contient les notions préliminaires, la pesanteur et la chaleur.

La deuxième : le magnétisme, l'électricité, le galvanisme, l'électro-magnétisme et le magnétisme en mouvement.

La troisième : l'attraction moléculaire, l'acoustique et tous les phénomènes de la lumière jusqu'à la polarisation.

Enfin la quatrième partie contient la polarisation de la lumière et les élémens de météorologie.

L'auteur a pensé qu'il était nécessaire de faire entrer la météorologie dans un cours complet de physique élémentaire, et d'en traiter séparément. On y trouvera les résultats de ses recherches sur la température de la terre, sur la chaleur solaire et sur l'origine et la distribution de l'électricité atmosphérique.

La première partie paraîtra fin de novembre 1826;
La seconde. . . . . . 20 octobre. . . . 1827;
La troisième . . . . . en décembre . . 1827;
La quatrième . . . . . mars . . . . 1828.

Prix de chaque partie. . . . 5 fr.

N. B. Nous sommes forcés de renvoyer à un prochain numéro, une notice nécrologique sur le respectable *commandeur de Nieuport*, que les sciences ont perdu le 20 août dernier.

QUESTIONS.

I. On a une pièce de bois de la forme d'une pyramide tronquée à bases parallèles, et l'on demande de la couper par un plan parallèlement aux bases, de manière que les deux portions soient dans un rapport donné.

II. On suppose qu'un particulier achète tous les ans un nombre de pigeons femelles, égal au rang de cette année; on suppose que chaque pigeon femelle, acheté une année, produise, chaque année suivante, un nombre de pigeons

femelles, égal au rang de cette année suivante, à partir de celle de l'achat, et, qu'en outre, chaque pigeon femelle, né une année, fournisse, chaque année qui suit, un pigeon mâle. On demande, d'après cela, combien le particulier aura de pigeons en tout au bout de n années?

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE ANALITIQUE.

Sur quelques problèmes relatifs aux points brillans dans les courbes réfléchissantes, par. A. Q.

On suppose plusieurs circonférences concentriques en o, un point lumineux a et un point de vue en a'; on demande quel sera le lieu des points brillans sur toutes les circonférences conceptriques, les trois points a, o, a', étant en ligne droite. (*fig.* 33).

Remarquons d'abord que tout rayon incident ab, sera réfléchi sur la circonférence de manière à former avec le rayon de cercle ob, un angle $oba'=oba$. Exprimons analitiquement cette condition, en prenant pour axe des abscisses la droite aa', et pour axe des ordonnées, la perpendiculaire oy qui passe par le centre commun des cercles. Nous aurons, en nommant $-a$ et a' les abscisses des points a et a', les équations

$$\left.\begin{array}{lll}\text{pour } ab \ldots\ldots & y=A(x+a) \\ \text{pour } ob \ldots\ldots & y=\gamma x \\ \text{pour } a'b \ldots\ldots & y=A'(x-a')\end{array}\right\}(1)$$

Si nous observons maintenant que

$$oba'=ba'x'-boa'\text{; que } oba=boa'-bao\text{;}$$

et que de plus par les conditions de l'énoncé

$$oba'=oba,$$





nous obtiendrons, par la formule trigonométrique connue, qui donne la tangente d'un angle en fonction des tangentes de deux autres dont il est la différence, et au moyen des équations (1) :

$$\frac{A'-\gamma}{1+A'\gamma}=\frac{\gamma-A}{1+A\gamma}.$$

Par les substitutions des valeurs de A', γ, A, on a, après les réductions convenables, et en observant que x et y sont les coordonnées du point b, où viennent toujours aboutir les trois droites ab, ob et $a'b$:

$$x^2+y^2=\frac{2aa'}{a-a'}x.$$

Ce qui est l'équation d'un cercle qui passe par l'origine, et qui est tangent à l'axe des y : ce cercle est situé à droite ou à gauche de l'axe, selon que a' est plus petit ou plus grand que a ; le centre est sur l'axe des x et le diamètre a pour valeur $\frac{2aa'}{a-a'}$.

Ainsi, *quand on a plusieurs circonférences concentriques avec un point lumineux et un point de vue situés sur une droite qui passe par le centre commun des circonférences, le lieu des points brillans est aussi une circonférence.*

Ce résultat est assez remarquable comme propriété géométrique et comme propriété physique; l'idée de m'occuper de ce petit problème m'était venue en examinant le couvercle d'un grand instrument d'optique, à la lueur d'une lampe qui était en face de moi. La lumière produisait une ligne courbe brillante, en réfléchissant ses rayons sur les petites stries circulaires que le tour avait laissées sur le cuivre.

Ce genre de problème trouve encore son application, quand un astre nous envoie sa lumière réfléchie par un système d'ondes concentriques que la chute d'une pierre, par exemple, excite dans une onde calme; dans ce cas, la valeur de a de-

vient infinie; si l'on observe que le rapport $\frac{a}{a-a'}$, s'approche d'autant plus de l'unité que a devient plus grand, a' conservant même valeur, on verra que, dans le cas qui nous occupe, l'équation du cercle est :

$$x^2+y^2=2a'x;$$

ainsi le point de vue devient le centre du cercle brillant, formé par la réflexion des rayons lumineux de l'astre; mais nous considérons ici le problème comme ayant lieu pour le plan.

Si le point de vue n'était pas en ligne droite avec le point éclairant et le centre commun des cercles, en nommant b son ordonnée et en opérant comme nous l'avons indiqué précédemment, on parviendrait à cette équation du troisième degré :

$$(a-a')y(x^2+y^2)-2aa'yx+ab'(x^2-y^2)+b'x(x^2+y^2)=o;$$

en faisant $b'=o$, on retombe sur l'équation du cercle; et l'on trouve de plus $y=o$, ce qui est l'équation de l'axe des x. Je laisserai aux lecteurs curieux de ces sortes de problèmes, le soin de discuter cette équation, comme aussi l'examen du cas où le point éclairant et le point de vue ne sont pas dans le plan des cercles concentriques. Nous accueillerons avec plaisir les développemens que l'on voudra bien nous communiquer à l'égard de ce problème, qui nous a paru curieux et de nature à servir d'exercice utile, soit pour la géométrie analitique, soit pour la géométrie descriptive.

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Sur différens problèmes résolus dans la Correspondance Mathématique. Lettre adressée au rédacteur par M. Gérono, professeur des pages du roi de France.

J'ai l'honneur de vous adresser quelques remarques sur différentes questions résolues dans les derniers numéros de votre journal, que j'ai lus avec le plus grand intérêt.

La première est relative à cette question : *Si l'on fait glisser une droite AB entre deux axes rectangulaires, la courbe à laquelle cette droite restera tangente, a pour équation* $x^{2/3} + y^{2/3} = D^{2/3}$, *D étant la droite* (*fig.* 34.).

M. *Leschevain*, après avoir obtenu (tom. III, pag. 135), les équations $dy' = o$, $x - \frac{D}{(1 + y'^2)^{3/2}} = o$, fait observer que l'équation $dy' = o$, donnant $y' =$ constante, ne peut appartenir à la question proposée. Je pense qu'il convient d'ajouter que $dy' = o$, est l'équation différentielle de la tangente à la courbe $x^{2/3} + y^{2/3} = D^{2/3}$; car c'est celle de la droite AB dans une position quelconque. En effet, $dy' = o$, donne successivement : $y' = c$, $\frac{dy}{dx} = c$, $dy = cdx$, $y = cx + c'$,.... (1)
Pour déterminer c', je substitue à y', sa valeur c, dans l'équation $y = xy' - \frac{Dy'}{\sqrt{y'^2 + 1}}$ (pag, 135, tom. III). Il s'en suit

$y = cx - \frac{Dc}{\sqrt{c^2+1}}$, ... (2); et, des équations (1) et (2), il résulte évidemment $c' = \frac{-Dc}{\sqrt{c^2+1}}$. Ainsi l'intégrale cherchée est $y = cx - \frac{Dc}{\sqrt{c^2+1}}$.

Or, l'équation $y = cx - \frac{Dc}{\sqrt{c^2+1}}$ appartient à une droite AB, qui rencontre l'axe des y à une distance de l'origine égale à $\frac{-Dc}{\sqrt{c^2+1}}$; on a, d'ailleurs, tang. ABC $= -c$, d'où

$\sin.\text{ABC} = \frac{-c}{\sqrt{c^2+1}}$ et $\text{AB} = \frac{\text{AC}}{\sin \text{ABC}} = \frac{-\text{DC}}{\sqrt{c^2+1}} = \frac{-c}{\sqrt{c^2+1}} = \text{D}$.

On voit donc que toutes les droites représentées par l'intégrale complète $y = cx - \frac{Dc}{\sqrt{c^2+1}}$ sont tangentes à la courbe représentée par le solution particulière $y^{2/3} + x^{2/3} = D^{2/3}$.

On peut encore observer que l'arc de la courbe, intercepté entre les axes, est égal à $\frac{3D}{2}$; car $y^{2/3} + x^{2/3} = D^{2/3}$ donne $\frac{dy}{y^{1/3}} + \frac{dx}{x^{1/3}} = o$, d'où $dy = -\frac{y^{1/3}}{x^{1/3}} . dx$, $dy^2 = \frac{y^{2/3}}{x^{2/3}} dx^2$,

$dy^2 + dx^2 = dx^2\left(\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}} + 1\right) = dx^2\left(\frac{y^{2/3}+x^{2/3}}{x^{2/3}}\right) = dx^2 . \frac{D^{2/3}}{x^{2/3}}$;

par conséquent $\int\sqrt{dy^2 + dx^2} = \int \frac{D^{1/3}}{x^{1/3}} dx = \frac{3}{2} . D^{1/3} . x^{2/3} + c$;

et si l'on prend cette intégrale entre les limites $x = o$, $x = D$, on obtient $\frac{3D}{2}$ pour résultat.

A l'égard d'un problème résolu par M. *Plateau* (tom. III, p. I), et qui a pour objet de *construire un triangle équilatéral dont les trois sommets soient sur des circonférences* c, c', c'' (*fig.* 35.), je ferai observer que la solution donnée s'étend facilement au cas plus général où le triangle, au lieu d'être équilatéral, de-

vrait être semblable à un triangle DBA. « En effet, pour résoudre cette dernière question, on prendra arbitrairement un point m sur l'une quelconque des trois circonférences; ensuite, on construira le troisième sommet p d'un triangle mop, semblable au triangle ABD, dont les deux premiers sommets seraient le point m et le centre d'une des deux autres circonférences; du point P, comme centre et avec un rayon, qui soit au rayon = OF de la circonférence C, comme mp est à mo, on décrira un arc de cercle qui coupera en général la troisième circonférence en deux points n, n', lesquels, étant joints au point m, donneront les côtés des deux triangles satisfaisant à la condition posée. »

Il s'agit de démontrer que, si l'on construit sur le côté mn, homologue à AD, un triangle mnq, semblable à ADB, le troisième sommet sera situé sur la circonférence c. Or, les triangles mpo, mnq, semblables au triangle ADB, sont semblables entre eux; donc, l'angle $omp = qmn$; par conséquent, l'angle $omq = pmn$. D'ailleurs, $om : mq :: pm : mn$; donc, les triangles omq, pmn sont semblables et $oq : pn :: om : pm$. Mais, par construction, $o\text{F} : pn :: om : pm$, donc $oq = o\text{F}$, et le point q appartient à la circonférence c (*fig.* 36).

La construction précédente ne suppose pas que c', c'', soient des circonférences; et il serait facile de l'étendre au cas plus général encore, où c, c', c'', seraient des lignes quelconques, tracées sur un plan.

Enfin, j'indiquerai ici la solution d'un autre problème, qui a quelque rapport avec le précédent; il se trouve résolu, pour un cas particulier seulement, dans quelques ouvrages élémentaires. Dans ce problème, il s'agit de *mener, par un point donné A, une droite qui coupe deux circonférences* c, c' (fig. 37), *de manière que les cordes interceptées soient dans le rapport donné de* m *à* n. *

---

* On suppose ordinairement que les deux circonférences se coupent, et c'est par un de leurs points d'intersection qu'il faut mener la droite.

Soient ABD la droite cherchée ; cG, $c'H$, des perpendiculaires abaissées des centres sur ABD ; Fi une parallèle à ABc.

On aura $\quad Fi : cB :: FH : BG :: n : m, \ldots (1).$

et $$\overline{Ac'}^2 - \overline{Ai}^2 = \overline{Fc'}^2 - \overline{Fi}^2, \ldots (2).$$

La proportion (1) fera connaître Fi ; l'équation (2) donnera ensuite Ai.

Si l'on prolonge les droites ci, BD, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en un point O, on aura

$$OF : OB :: iF : BC :: n : m, \qquad \text{et de même :}$$

$$OD : OE :: iD : CE :: n : m, \qquad \text{donc,}$$

$$OF \times OD : OB \times OE :: n^2 : m^2 ;$$

Ce qui prouve que les tangentes, menées du point O aux deux circonférences c, c', sont dans le rapport de m à n. Or, tous les points qui jouissent de cette propriété appartiennent à une circonférence dont le centre est situé sur la droite cc', et qui rencontre la tangente commune tt', en deux points R, S, dont les distances à t, t', sont proportionnelles à m, n. Il sera donc facile de décrire la circonférencc RSO, sur laquelle le point O devra se trouver.

Cela posé, menons OM parallèle à iA, nous aurons :

$$CA : CM :: CI : CO :: CB - iF : CB :: m - n : m \ldots (3), \text{ et}$$

$$Ai : MO :: CA : CM :: m - n : m \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

La proportion (3) détermine CM, et, par conséquent, le point M. La proportion (4) donne MO.

On a donc une seconde circonférence, à laquelle le point O appartient. Ainsi, la position de ce point est déterminée. Le problème est donc résolu.

Paris, le 3 novembre 1827.

Sur des développemens de la théorie des caustiques secondaires, lettre adressée par le rédacteur à M. Wallace, professeur de Mathématiques à l'Université d'Edimbourg.

Pendant les instans de loisir que m'ont laissés mes courses au milieu des montagnes de votre belle Écosse, je me suis occupé de quelques applications de la théorie des caustiques, dont j'ai eu l'honneur de vous parler. J'ai eu surtout en vue de faire ressortir l'utilité géométrique des deux théorèmes par lesquels je lie ensemble la théorie des développantes et des développées, celle des caustiques et celle qu'on a nommée dans les derniers temps la théorie des polaires. Je crois pouvoir les comparer, pour la géométrie, au théorème que *Guldin* a donné pour la mécanique. Je vous adresse ces différentes recherches, espérant qu'elles pourront peut-être vous intéresser.

Je pose, par le premier théorème, que la caustique d'une courbe α, par exemple, n'est autre chose que la développée d'une autre courbe, qui jouit de la propriété d'être l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe α, et qui ont pour rayons des distances égales à celles des centres au point brillant. Ce principe se modifie facilement pour la réfraction et pour le cas des surfaces réfléchissantes ou dirimantes; j'ai nommé *caustiques secondaires* les développantes des vraies caustiques; elles ont l'avantage d'être plus faciles à traiter, et par l'analise et par la géométrie, que ces dernières courbes. Je pose par le second principe, qu'au moyen de deux projections stéréographiques, l'une du plan sur la sphère et l'autre de la sphère sur un nouveau plan, on peut toujours transformer la caustique secondaire d'une courbe α en polaire de cette courbe, et le mot *polaire*, ici, est employé dans le sens des géomètres modernes.

Je prends maintenant, pour application, l'exemple suivant: supposons une droite horizontale ab, et une autre droite ac prenant différentes inclinaisons par rapport à la première. Si l'on fait glisser le long de ac un corps, il faudra un angle de

frottement *cab*, plus ou moins grand, pour déterminer la chute. Or, on estime dans ce cas le frottement par la tangente de l'angle *cab*. Si alors on prend successivement sur *ca* des distances égales à la tangente de l'angle *cab*, la suite des points *c* formera une courbe dont l'équation polaire sera $\rho =$ tang. *cab*; les rayons vecteurs de cette courbe indiqueront, par leurs longueurs, les frottemens correspondans aux angles qu'ils forment avec l'axe. La courbe a la forme d'une U, dont les deux branches sont comprises entre des asymptotes parallèles. Il y a encore une seconde branche inférieure, dans une position symétrique à celle de la première, chacune des branches correspond à la suite des tangentes d'un quart de cercle.

Prenons d'abord l'équation de la ligne *polaire* de cette courbe par rapport à un cercle de rayon R. On sait qu'en nommant z le rayon vecteur de cette seconde courbe, R est une moyenne proportionnelle entre z et ρ, d'où

$$z = \frac{R^2}{\text{tang. } cab.} = \text{cot. } cab.$$

J'en conclus que la courbe polaire est exactement égale à la proposée, dans une position différente, ses diamètres étant maintenant perpendiculaires aux directions des autres diamètres.

Mais d'après le second principe, dont j'ai parlé plus haut, la caustique secondaire d'une courbe est toujours semblable à la polaire de cette courbe et réciproquement : ainsi, dans notre exemple, la courbe dont l'équation est $\rho =$ tang. *cab*, est égale à sa polaire et elle est par suite semblable à sa caustique secondaire. On peut en conclure encore que notre courbe a la propriété d'avoir sa développée et sa caustique exactement semblables.

Je ne m'arrêterai pas à développer les propriétés géométriques de la courbe $\rho =$ tang. *cab*; je remarquerai seulement que l'aire comprise entre les quatre branches de la courbe et ses deux asymptotes parallèles, vaut l'aire du cercle par rapport

auquel on estime les tangentes *cab*. En faisant tourner la courbe autour de ses diamètres ou de ses asymptotes, on obtient des résultats analogues qui sont curieux.

L'équation de la courbe en coordonnées rectangulaires, devient par les transformations connues:

$$\sqrt{x^2+y^2}=\frac{y}{x}.$$

En regardant l'équation comme provenant d'une élimination et en faisant chacun de ses membres égal à z, on a

$$\sqrt{x^2+y^2}=z \text{ et } \frac{y}{x}=z.$$

La courbe peut donc être considérée encore comme la projection orthogonale de la ligne d'intersection d'un cône et d'un paraboloïde.

Tarbet, sur le lac Lhomond, le 9 octobre 1827.

MÉCANIQUE.

Note sur le pendule composé; par J. N. Noel, professeur des sciences physiques et mathématiques, principal de l'Athénée de Luxembourg.

Il peut paraître intéressant de trouver, sans le secours du calcul différentiel et intégral, la formule pour calculer la longueur du pendule simple, qui fait ses oscillations dans le même temps qu'un pendule composé donné; et tel est l'objet de la présente note.

Soit M un corps oscillant autour d'un axe fixe passant par le point A (fig. 38). Soient $m', m'', m''', \ldots$, les molécules de ce corps; $d', d'', d''', \ldots$ leurs distances à l'axe. Toutes ces molécules

sont soumises à l'action de la gravité, dont la direction est verticale, et dont la mesure est la vitesse g, qu'elle engendre pendant la première unité de temps. Cette vitesse g est l'espace qu'un corps tombant du repos décrirait dans le vide, pendant chaque unité de temps, en vertu de toutes les impulsions que la pesanteur lui a données pendant la 1re unité de temps. Ainsi l'espace que le corps décrirait pendant chaque unité de temps, en vertu des impulsions reçues pendant le temps t, sera gt: c'est la vitesse acquise au bout du temps t. Soient $p', p'', p''',\ldots,$ les distances à l'axe des directions des forces accélératrices constantes g, qui sollicitent les molécules $m', m'', m''', \ldots$, soit enfin v la *vitesse angulaire* du corps M au bout du temps t, vitesse qui devra s'accroître de v' pendant l'instant suivant t'. Comme la vitesse angulaire v est la vitesse de toutes les molécules du corps qui sont à l'unité de distance de l'axe, il est clair que la vitesse des molécules à la distance D sera vD.

Cela posé: considérons la molécule m' au bout du temps t, et pour laquelle A$m' = d'$ et la perpendiculaire AB $= p'$, la droite Bg étant verticale; on voit que pendant l'instant suivant t', la molécule m' reçoit deux impulsions, l'une vd' suivant m'D tangente à l'arc m'C, et l'autre gt' suivant la verticale $m'g$; mais que par la liaison du système, ces impulsions ne produisent pas tout leur effet, et que la molécule m' ne peut réellement se mouvoir que suivant m'D, avec la vitesse $(v + v')\,d'$. On dira la même chose des autres molécules; et on aura, au bout du temps $t + t'$, le tableau que voici :

Masses :	m'.	m''.	m'''. . . . .
Vitesses imprimées :	vd', gt'. .	vd'', gt'. .	vd''', gt'. .
Distances à l'axe :	d', p'. . .	d'', p'' . . .	d''', p'''. . .
Vitesses effectives :	$(v+v')d'$.	$(v+v')\,d''$.	$(v+v')d'''$.
Distances à l'axe :	d'.	d''	d''' . . . . .

D'après le principe de d'Alembert, il doit y avoir équilibre entre les forces imprimées et celles qui ont lieu, prises en sens contraire ou avec le signe —. Or cet équilibre n'a lieu qu'au

moyen de l'axe fixe ; il faut donc que la somme des momens, par rapport à cet axe, soit nulle ; ce qui donne

$$\left.\begin{array}{l} vm'd'^2 + vm''d''^2 + \ldots + gt'm'p' + gt'm''p'' + \ldots \\ -vm'd'^2 - vm''d''^2 - \ldots - v'm'd'^2 - v'm'd''^2 - \ldots \end{array}\right\} = 0;$$

d'où l'on tire,

$$gt'S(mp) = v'S(md^2)\ldots \qquad (1)$$

Soit maintanant un corps M de forme définie et retenu par un axe fixe A (fig. 39), soit MQV la coupe de ce corps par un plan vertical passant par le centre de gravité I, et perpendiculaire à l'axe de rotation, projeté en A : le corps est retenu par une verge inflexible AI, dénuée de pesanteur et dirigée au centre de gravité I; AN est la position initiale de cette verge, qui est supposée parvenue en AM au bout du temps t. Menons la verticale AB; faisons l'angle MAB $= \theta$ et la distance IA $= a$: comme M désigne la masse du corps oscillant, et que b', b'', b''',..., sont les distances des molécules m', m'', m''',..., à l'axe A', parallèle à A, mené par le centre de gravité I, tandis que d', d'', d''',..., désignent déjà les distances des mêmes molécules à l'axe A proposé, il s'ensuit qu'on a

$$S(md^2) = a^2M + S(mb^2)\ldots (2).$$

(*Voyez* la page 324 du premier volume de la *Correspondance mathématique et physique.*)

La résultante de toutes les force parallèles $m'g$, $m''g$, $m'''g$,..., est représentée par Mg, et son point d'application est le centre de gravité I : si donc on prend les momens par rapport à la verticale AB, on aura

$$M \times IP = m'p' + m''p'' + m'''p''' + \ldots = S(mp).$$

D'ailleurs IP $= a$ sin. θ : donc S $(mp) = a$ M sin θ. Cette valeur et l'équation (2) réduisent l'équation (1) à

$$agt' M \sin.\theta = a^2v' M + v' S(mb^2)\ldots (3).$$

Soit A'Q' $= l$ la longueur d'un pendule simple ; menons la ver-

ticale A'B', et supposons l'angle $Q'A'B' = \theta$: les arcs Q'B' et IB sont donc semblables. Si nous les divisons tous les deux en un même nombre infini de parties égales, les arcs partiels x' et x seront aussi semblables. Or, en prenant $AO = 1$, il est clair qu'au bout du temps t, les impulsions de la pesanteur reçues par le corps M, pendant l'instant suivant t', font parcourir au point O l'espace infiniment petit v', suivant l'arc OH, et au point I, l'espace av', suivant l'arc IB. De même, au bout du temps t, les impulsions que donne la gravité pendant l'instant suivant t', feraient décrire au point Q', l'espace vertical $Q'G' = gt'$, et par conséquent l'espace $Q'H' = gt' \sin. \theta$, suivant l'arc Q'B'. Mais la longueur l étant arbitraire, ainsi que les arcs infiniment petits x et x', on peut toujours disposer de ces trois quantités pour qu'on ait

$$av' = x \text{ et } gt' \sin. \theta = x' \dots (4).$$

D'où il suit qu'au bout du temps t, les points I et Q' décriront des arcs semblables pendant l'instant suivant t'.

Cette conséquence a lieu quel que soit t; ainsi lorsqu'on aura $t = o$, les points I et Q', pendant le premier instant t', décriront des arcs semblables x et x', en vertu de toutes les impulsions acquises pendant cet instant; et si I et Q' ne recevaient plus de nouvelles impulsions, ils parcourraient encore les mêmes arcs pendant chacun des instans suivans. Mais pendant le second instant t', les impulsions reçues pendant cet instant, feraient parcourir à I et Q' deux arcs semblables y et y' : donc, puisque les impulsions du premier instant leur font déjà parcourir les arcs semblables x et x', il s'ensuit que les points I et Q' décriront, pendant le deuxième instant, les arcs semblables $x + y$ et $x' + y'$. Déjà ils ont décrit les arcs semblables x et x', pendant le premier instant; donc pendant les deux premiers instans, ils ont décrit les arcs semblables $2x + y$ et $2x' + y'$. On verra de même que les points I et Q' décriront des arcs semblables pendant les trois premiers instans, pendant les quatre premiers, les cinq premiers, et enfin pendant toute la durée de

leurs mouvemens: d'où il résulte que les deux pendules proposés font leurs oscillations pendant le même temps.

Puisque les arcs x et x' sont semblables, on a $x : x' :: a : l$; d'où, à cause des équations (4), $av' : gt' \sin. \theta :: a : l$, ce qui donne $v' = \frac{g}{l} t' \sin. \theta$. Substituant cette valeur dans l'équation (3) et réduisant, il vient

$$alM = a^2M + S(mb^2).$$

Dans cette équation, $S(mb^2)$ désigne le moment d'inertie du corps M, par rapport à l'axe A' mené par le centre de gravité I, parallèlement à l'axe A de rotation, a étant la distance de ces deux axes; si l'on représente par k^2 le quotient de ce moment d'inertie par la masse M, on aura $S(mb^2) = k^2 M$, et par suite

$$l = a + \frac{k^2}{a} \ldots (5).$$

Telle est donc la formule connue pour trouver la longueur l du pendule simple, qui fait ses oscillations pendant le même temps que le pendule composé proposé.

Prenant donc, dans le pendule composé, la distance $AQ = l$, le point Q se mouvera comme s'il était seul, c'est-à-dire comme si le pendule était simple. Par cette raison, le point Q est nommé *centre d'oscillation* du pendule composé, et de là résultent plusieurs conséquences remarquables, qu'on trouve dans tous les traités de mécanique, et qu'il est par conséquent inutile de développer ici.

Nous n'appliquerons pas non plus la formule (5) à la recherche du centre d'oscillation du corps M, parce que la chose est facile, dès qu'on sait trouver le moment d'inertie de ce corps; et nous avons donné les valeurs de plusieurs momens d'inertie, pages 326 et suivantes du tome I *de la Correspondance mathématique et physique*.

Enfin, le pendule composé pouvant se ramener, d'après la formule (5), au pendule simple dont l est la longueur, si l'on désigne par t la durée d'une oscillation de ce pendule simple, dans le

vide, et par b la flèche de l'arc décrit, on démontre, sans le secours du calcul différentiel et intégral, qu'on a toujours

$$t < \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \times \sqrt{\frac{2l}{2l - b}} \text{ et } t > \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

D'où il suit que si l'arc décrit est très-petit, comme ordinairement, b sera lui-même très-petit, et l'on aura presqu'exactement :

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Il existe en mécanique plusieurs formules importantes, qu'on peut établir au moyen des simples élémens, et conséquemment rendre accessibles à un plus grand nombre de personnes. Telles sont, par exemple, les équations du mouvement sur une poulie, équations d'autant plus utiles à connaître, qu'à l'aide de la machine d'*Athood*, elles fournissent d'une manière très-approchée, la valeur de g. Si la chose peut intéresser les lecteurs de la *Correspondance*, nous donnerons, dans la suite, la démonstration élémentaire de ces équations, et de plusieurs autres, non moins utiles.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

ASTRONOMIE.

Sur plusieurs instrumens destinés à l'observatoire de Bruxelles.

Pendant qu'on poursuit avec activité la construction de l'observatoire de Bruxelles, S. M. le Roi des Pays-Bas a voulu donner une nouvelle preuve de la protection généreuse qu'elle accorde aux sciences, en ordonnant l'acquisition de trois grands instrumens astronomiques destinés à cet établissement. Le célèbre artiste anglais *Troughton*, est chargé de la confection d'un cercle mural de six pieds de diamètre, semblable à celui qu'il a construit pour l'obsèrvatoire royal de Greenwich : il est chargé de plus de construire un équatorial de grande dimension, semblable à celui avec lequel *M. South* a fait ses belles observations des étoiles doubles et multiples ; et dont on trouve une description dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres.

La construction de la lunette méridienne est confiée aux soins de *M. Gambey*, qu'on peut regarder comme le premier artiste de France. Elle sera semblable à celle qui vient d'être exposée au Louvre, et qui est destinée à l'observatoire royal de Paris. La lunette de cet instrument sera de 7 pieds 4 pouces de longueur, et son ouverture de 6 pouces : le corps de la lunette est composé de deux tuyaux coniques dont les bases ont douze

pouces de diamètre et de deux tuyaux cylindriques du diamètre de l'objectif. L'axe de rotation autour duquel tourne la lunette, est composé de deux cônes réunis par leurs bases à un cube dont les côtés ont 13 pouces : à l'une des extrémités de cet axe est fixé un cercle de 3 pieds de diamètre, avec son alidade qui est un cercle concentrique au premier, portant quatre verniers marquant les secondes de deux en deux ; sur la partie cubique de l'axe est fixé un niveau de l'invention de l'auteur, au moyen duquel on s'assure non-seulement de l'horizontalité de l'axe de rotation de l'instrument, mais encore de la précision des tourillons, ainsi que de l'inflexion de l'axe : vers l'oculaire sont fixés deux cercles de 6 pouces de diamètre, marquant les minutes de une en une, servant à diriger la lunette à la hauteur des étoiles en plein jour ; il y a des contrepoids pour mettre en équilibre toutes les parties, et un appareil pour renverser l'instrument. L'objectif, construit par *Cauchois*, sera de 6 pouces 5 lignes de diamètre.

L'observatoire de Bruxelles vient de recevoir encore de la munificence du Roi un télescope réflecteur d'une grande dimension, qui a paru à l'exposition des produits de l'industrie à Harlem.

PHYSIQUE.

Note sur l'intégration complète de l'équation du mouvement de la chaleur dans une barre prismatique d'une petite épaisseur, par M. Pagani, professeur à l'Université de Louvain (1).

Voici comment s'exprime *M. Poisson* à la page 8 de son premier *Mémoire sur la distribution de la chaleur dans les corps*

---

(1) Cette note a été lue le 10 novembre à la séance de l'Académie royale de Bruxelles.

solides : « L'analise singulière dont j'ai fait usage pour cette ré-
» solution, pourra, ce me semble, mériter l'attention des géomè-
» tres. Dans quelques exemples, on parviendrait plus brièvement
» au résultat en suivant une autre marche ; mais le cas d'une
» barre homogène qui rayonne inégalement par les deux bouts,
» et celui d'une sphère composée de deux parties de matières
» différentes, me paraissent propres à montrer les avantages
» de cette analise, et la *nécessité* d'y recourir, lorsque les
» conditions relatives aux limites des corps sont devenues un
» peu compliquées. »

Je me propose, dans cette note, de démontrer que l'on peut parvenir aux mêmes résultats dont parle M. *Poisson*, en employant une méthode différente de la sienne, et qui me paraît en même temps et plus directe et plus simple. Je commencerai par le cas d'une barre prismatique dont il sera seulement question ici. J'essaierai par la suite d'étendre la même méthode au cas de la sphère non homogène.

Le problème dont il s'agit peut s'énoncer en ces termes : Intégrer l'équation

$$(1) \qquad \frac{du}{dt} = a^2 \frac{d^2u}{dt^2} - bu,$$

de manière que la valeur finie de u satisfasse aux conditions

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{du}{dx} + \beta u = 0 \text{ pour } x = l \\ \dfrac{du}{dx} - \beta' u = 0 \text{ pour } x = -l \end{cases}$$

$$(3) \qquad u = fx \qquad \text{pour } t = 0.$$

Les quantités, a, b, l, β, β', sont constantes et données; fx désigne une fonction arbitraire, soumise aux conditions (2), et qui ne devient point infinie entre les limites $x = -l$ et $x = +l$ inclusivement. On observera en outre que l'équation (3) ne doit

subsister que pour toutes les valeurs de x comprises entre $-l$ et $+l$.

Solution. En dénotant par z une fonctions inconnue de x, et en faisant d'abord

$$(4) \qquad u = Ae^{-ht} z,$$

A et h désignant deux constantes arbitraires ; l'équation (1) sera satisfaite pourvu que l'on ait

$$(5) \qquad a^2 \frac{d^2z}{dx^2} + (h - b) z = 0;$$

et en intégrant cette équation, on trouvera

$$z = \sin. \rho x + m \cos. \rho x,$$

m et ρ étant deux nouvelles arbitraires, en observant toute fois que l'on doit avoir la relation $h = b + a^2\rho^2$. On aura ainsi, au lieu des équations (4) et (5), les suivantes :

$$(6) \qquad u = A (\sin. \rho x + m \cos. \rho x) e^{-(b + a^2 \rho^2) t}$$

$$(7) \qquad \frac{d^2z}{dx^2} + \rho^2 z = 0.$$

L'expression de u donnée par la formule (6) sera une intégrale particulière de l'équation (1), quelles que soient d'ailleurs les valeurs des constantes A, m, et ρ. Si nous substituons cette valeur de u dans les équations (2), nous aurons celles-ci

$$(8) \; \beta \sin. l\rho + \rho \cos. l\rho + m (\beta \cos. l\rho - \rho \sin. l\rho) = 0$$

$$(9) \; \beta' \sin. l\rho + \rho \cos. l\rho - m (\beta' \cos. l\rho - \rho \sin. l\rho) = 0;$$

qui vont nous servir à déterminer les deux constantes m et ρ. En éliminant d'abord m, on trouve

$$(10)\quad (\beta+\beta')\rho\cos.2l\rho+(\beta\beta'-\rho^2)\sin.2l\rho=0,$$

équation dont les racines réelles et positives pourront être prises indistinctement pour ρ.

Si nous considérons maintenant ρ comme une des racines réelles et positives de l'équation (10), nous aurons m au moyen de l'une ou de l'autre des équations (8) et (9). Mais, pour avoir des formules plus symétriques, il sera préférable de prendre la valeur de m dans chacune de ces équations, et de prendre ensuite, pour m, la moitié de la somme des deux valeurs ainsi obtenues. De cette manière, on trouvera sans difficulté, et après les réductions convenables,

$$(11)\qquad m=(\beta-\beta')\frac{\rho}{r},$$

en faisant, pour abréger,

$$(12)\quad r=(\beta\beta'-\rho^2)\cos.2l\rho-(\beta+\beta')\rho\sin.2l\rho+\beta\beta'+\rho^2.$$

Multiplions la valeur de m, fournie par l'équation (8), par sa valeur égale donnée par l'équation (9), et posons

$$(13)\quad r'=(\beta\beta'-\rho^2)\cos.2l\rho-(\beta+\beta')\rho\sin.2l\rho-\beta\beta'-\rho^2,$$

nous parviendrons, après quelques réductions, à cette valeur très-simple

$$(14)\qquad m^2=\frac{r'}{r},$$

qui nous sera fort utile dans la suite.

Cela posé, si dans la formule (6) on regarde A comme une fonction inconnue de ρ, que nous dénoterons de cette manière

A_ρ; et si nous substituons z_ρ au lieu de sin. $\rho x + m$ cos. ρx, en regardant z_ρ comme fonction de ρ et de x; nous pourrons prendre, au lieu de ρ, chacune des racines réelles et positives de l'équation (10), et former, de la sorte, plusieurs expressions de u, qui seront autant d'intégrales particulières, et dont la somme sera l'intégrale générale de l'équation (1). Nous aurons donc pour cette intégrale

$$(15) \qquad u = e^{-bt} \Sigma A_\rho z_\rho e^{-a^2\rho^2\theta}.$$

Il ne nous reste plus que la fonction A_ρ à déterminer ; et pour cela nous ferons usage de l'équation (3) qui devient, par la substitution de cette dernière valeur de u,

$$\Sigma A_\rho z_\rho = fx.$$

Multiplions les deux membres de la dernière équation par $z_{\rho'} dx$, et intégrons depuis $x = -l$ jusqu'à $x = +l$; nous aurons

$$\Sigma A_\rho \int_{-l}^{+l} z_\rho z_{\rho'} dx = \int_{-l}^{+l} z_{\rho'} fx.\, dx.$$

Or, il est aisé de prouver que, si ρ et ρ' désignent deux racines différentes de l'équation (10), on doit avoir $\int_{-l}^{+l} z_\rho z_{\rho'} dx = 0$; ce qui changera d'abord l'équation précédente, dans celle-ci

$$(16) \qquad A_\rho \int_{-l}^{+l} z_\rho^2 dx = \int_{-l}^{+l} z_\rho fx.\, dx.$$

Pour démontrer cette proposition, il est bon de rappeler que

les fonctions z_ρ $z_{\rho'}$ doivent satisfaire à l'équation (7), et qu'étant prises, l'une et l'autre, pour u, elles doivent satisfaire aussi aux équations (2); et si nous dénotons, en général, par z', z'', les dérivées, première et seconde, d'une fonction z, prises par rapport à la variable x; il est clair que nous aurons les relations suivantes :

$$z''_\rho + \rho^2 z_\rho = 0, \qquad z''_{\rho'} + \rho'^2 z_{\rho'} = 0$$

$$(17) \quad \left(z'_\rho + \beta z_\rho\right)_{+l} = 0 \qquad \left(z'_{\rho'} + \beta' z_{\rho'}\right)_{+l} = 0$$

$$\left(z'_\rho - \beta' z_\rho\right)_{-l} = 0 \qquad \left(z'_{\rho'} - \beta' z_{\rho'}\right)_{-l} = 0$$

La notation employée dans les quatre dernières équations, sert à indiquer qu'il faut substituer l, ou $-l$, au lieu de la variable x, dans les fonctions qui sont entre les parenthèses. Considérons maintenant l'intégrale indéfinie $\int z_\rho z_{\rho'} dx$, et substituons dans celui-ci la valeur de $z_{\rho'}$, tirée de la seconde des équations (17); nous aurons

$$-\rho'^2 \int z_\rho z_{\rho'} dx = \int z_\rho z''_{\rho'} dx.$$

Intégrons, par parties, le second membre de cette équation, et nous trouverons

$$\int z_\rho z''_{\rho'} dx = \left(z_\rho z'_{\rho'} - z_\rho z_{\rho'}\right) + \int z''_\rho z_{\rho'} dx;$$

d'où

$$\rho'^2 \int z_\rho z_{\rho'} dx = -\left(z_\rho z'_{\rho'} - z'_\rho z_{\rho'}\right) - \int z''_\rho z_{\rho'} dx.$$

Mais, la première des équations (17) fournit $z''_\rho = -\rho^2 z_\rho$; par conséquent, on pourra changer la dernière équation, dans celle-ci :

$$(\rho'^2 - \rho^2)\int z_\rho z_{\rho'}\, dx = -(z_\rho z'_{\rho'} - z'_\rho z_{\rho'}).$$

Si nous prenons l'intégrale depuis $x = -l$ jusqu'à $x = +l$, nous aurons enfin

$$(\rho'^2 - \rho^2)\int_{-l}^{+l} z_\rho z_{\rho'}\, dx = (z_\rho z'_{\rho'} - z'_\rho z_{\rho'})_{-l} - (z_\rho z'_{\rho'} - z'_\rho z_{\rho'})_{+l}.$$

Le second membre de cette dernière équation est identiquement égal à zéro, en vertu des quatre dernières équations (17). On aura donc $\int_{-l}^{+l} z_\rho z_{\rho'}\, dx = o$ pour toutes les valeurs de ρ' différentes de ρ; et lorsqu'on prendra $\rho' = \rho$, la valeur de l'intégrale $\int_{-l}^{+l} z^2_\rho\, dx$ se présentera sous la forme $\frac{o}{o}$. On pourrait, dans ce cas, déterminer sa vraie valeur, par les méthodes connues; mais il est également facile et plus expéditif de la déterminer directement. En effet, puisque l'on a $z_\rho = \sin. \rho x + m \cos. \rho x$, on aura, sans peine,

$$\int_{-l}^{+l} z^2_\rho\, dx = \frac{2l\rho - \sin. 2l\rho + m^2 (2l\rho + \sin. 2l\rho)}{2\rho}.$$

Substituons dans le second membre de cette formule, au lieu de m^2, sa valeur $\frac{r'}{r}$ (équation (14)); nous pourrons l'écrire de cette manière

$$(18)\quad r\int_{-l}^{+l} z_\rho^2\, dx = l\,(r+r') - \frac{r-r'}{2\rho}\,\sin.\,2l\rho.$$

Maintenant, les formules (12) et (13) nous fournissent

$$r + r' = 2\,[\,(\beta\beta' - \rho^2)\cos.\,2l\rho - (\beta+\beta')\,\rho\,\sin.\,2l\rho\,]$$

$$\frac{r-r'}{2}\,\sin.\,2l\rho = (\beta\beta' + \rho^2)\,\sin.\,2l\rho$$

$$= (\beta\beta' - \rho^2)\,\sin.\,2l\rho + 2\rho^2\,\sin.\,2l\rho,$$

ou bien, en vertu de l'équation (10),

$$\frac{r-r'}{2\rho}\,\sin.\,2l\rho = 2\rho\,\sin.\,2l\rho - (\beta+\beta')\cos.\,2l\rho.$$

Partant, si nous substituons ces valeurs dans le second membre de la formule (18), en faisant pour abréger,

$$(19)\;\mathrm{R} = [\beta+\beta'+2l(\beta\beta'-\rho^2)]\cos.2l\rho - [2+2l(\beta+\beta')]\,\rho\,\sin.2l\rho,$$

nous aurons

$$\int_{-l}^{+l} z_\rho^2\,dx = \frac{\mathrm{R}}{r}$$

Moyennant cette valeur, on pourra développer la formule (16) de cette manière

$$\mathrm{A}_\rho\,\mathrm{R} = r\int_{-l}^{+l}\sin.\,\rho x.fx.\,dx + mr\int_{-l}^{+l}\cos.\,\rho x.fx.\,dx,$$

ou bien, en changeant, sous les intégrales définies, la variable x en y, ce qui est indifférent,

$$(20)\quad A\rho\,R = r\int_{-l}^{+l}\sin.\,\rho y.fy.\,dy + mr\int_{-l}^{+l}\cos.\,\rho y.fy.\,dy.$$

Substituons dans cette formule la valeur de mr, donnée par l'équation (11); nous aurons

$$A_\rho R = r\int_{-l}^{+l}\sin.\,\rho y.fy.\,dy + (\beta-\beta')\,\rho\int_{-l}^{+l}\cos.\,\rho y.fy.\,dy.$$

Multiplions les deux membres de la formule (20) par m, et substituons à mr et à m^2r, leurs valeurs fournies par les équations (11) et (14); elle deviendra

$$m\,A_\rho R = r'\int_{-l}^{+l}\cos.\,\rho y.fy.\,dy + (\beta-\beta')\,\rho\int_{-l}^{+l}\sin.\,\rho y.fy.\,dy.$$

Or, l'équation (15) peut être mise sous cette forme

$$u = e^{-bt}\,\Sigma\,(A_\rho\sin.\,\rho x + A_\rho\,m\cos.\,\rho x)\,e^{-a^2\rho^2 t};$$

et puisque les valeurs de A_ρ et de $A_\rho m$ sont complétement déterminées par les deux dernières formules, on doit regarder ce problème comme résolu. Il est aisé de s'assurer que cette dernière valeur de u coïncide parfaitement avec celle que M. *Poisson* a trouvée, en suivant une marche bien différente de la nôtre. (*Voyez* pag. 34 et 35 du Mémoire cité.)

STATISTIQUE.

Sur la population du royaume des Pays-Bas.

La commission de statistique établie par arrêté royal du 3 juillet 1826, vient de publier ses premiers documens sur le *mouvement de la population* dans le royaume des Pays-Bas, pendant les années 1815 à 1824 inclus. Nous allons tâcher d'en extraire les nombres principaux, en les présentant sous leur jour le plus favorable pour en déduire des conclusions. Nous croyons nécessaire de faire précéder cet extrait d'un état comparatif entre la population de chaque province et son étendue, évaluée d'après le tableau officiel, présenté aux États-Généraux, le 20 décembre 1826.

Provinces.	Population par cent hectares.		Nombre d'individus par 100 hectares.
	Population au 1er janv. 1824.	Étend. de la prov. en hectares.	
Flandre orientale.	681,489	298,370	228,40
Flandre occidentale . . .	557,871	317,422	175,75
Hollande septentrionale .	388,425	229,200	169,48
Brabant méridional . . .	489,602	307,733	159,10
Hollande méridionale . .	432,054	277,830	155,50
Hainaut	538,050	377,390	142,57
Liége	327,161	282,593	115,77
Anvers	318,893	282,293	112,96
Utrecht.	115,642	127,617	90,63
Zélande.	127,659	158,036	80,81
Frise	199,335	260,732	76,45
Groningue	153,860	205,059	75,04
Limbourg.	317,387	455,316	69,70
Brabant septentrional . .	321,917	484,896	66,39
Namur	187,411	345,610	54,23
Overyssel.	158,399	329,961	48,00
Luxembourg	287,786	626,343	45,95
Drenthe.	52,383	223,852	23,40
Total.	5,934,550	6,107,351	moy. 97,17

Ce tableau, assez curieux, nous montre que la population moyenne de la Belgique, au 1[er] janvier 1824, était telle qu'il fallait compter à peu près exactement un individu par hectare ou bonnier. Or, si l'on considère que notre royaume est un des plus peuplés du globe, on sera moins porté à partager les craintes des personnes qui se laissent effrayer par l'accroissement de la population. La Flandre orientale, qui était considérée ci-devant comme l'un des départemens les plus populeux de l'empire français, est aussi la province la plus peuplée du royaume, relativement à son étendue, cependant on n'y compte que deux individus par hectare. On voit, d'une autre part, que la province de Drenthe est, relativement à son étendue, neuf fois moins peuplée que la Flandre orientale. Nous n'insisterons pas sur les valeurs de ces rapports; le tableau que nous présentons les mettra suffisamment en évidence: nous avons eu d'ailleurs la précaution de classer les provinces d'après leur grandeur relative.

Nous nous occuperons maintenant de l'accroissement que la population a subi dans l'espace de dix ans, d'après les documens officiels. L'estimation de la population pour chaque année a été faite depuis 1815 à 1819 inclus, en ajoutant à la population de l'année précédente, l'excès des naissances sur les décès; mais à dater du 1[er] janvier 1820, tout en opérant comme précédemment, on a fait entrer en ligne de compte les accroissemens ou les diminutions qui proviennent des changemens de domicile. Nous donnerons aussi les nombres des naissances et des décès.

Tableau du mouvement de la population, des naissances et décès dans les Pays-Bas.

ANNÉES.	POPULATION. 1[er] janvier.	NAISSANCES.	DÉCÈS.
1815	5,424,502	195,360	137,599
1816	5,482,263	196,602	136,123
1817	5,542,742	177,555	152,608

ANNÉES.	POPULATION. 1er janvier.	NAISSANCES.	DÉCÈS.
1818	5,567,689	183,706	140,416
1819	5,610,979	205,292	148,397
1820 (1).	5,665,576	194,948	145,177
1821	5,715,347	210,359	138,120
1822	5,790,062	219,541	147,553
1823	5,861,147	213,617	140,692
1824	5,934,550	218,666	134,915
		2,013,646	1,421,600

Ainsi, pendant l'espace de 9 ans, la population a augmenté de 510,048 âmes, c'est-à-dire, de 9/106 de sa valeur, ou bien de 1/106 par an; si l'on ne tenait compte que des années depuis 1820, l'accroissement serait plus considérable, comme nous l'avons fait voir ailleurs (2). On trouve du reste, que le nombre moyen des naissances a été annuellement de 201,365 âmes, et le nombre de décès de 142,160. Le rapport de ces nombres est à peu près de 10 à 7 : ainsi pour 10 naissances on comptait 7 décès. Il est à remarquer que l'année 1817 présente le *minimum* de naissances et le *maximum* des décès; c'est l'année qui a suivi la disette que le peuple a éprouvée : on trouve des résultats semblables dans les relevés des hospices et des dépôts de mendicité, que nous avons donnés ailleurs. Il est remarquable encore, que les mariages ont été moins nombreux vers cette époque. C'est un nouvel exemple que l'on peut trouver dans des tableaux statistiques, dont les nombres sont recueillis avec soin, les traces des grands événemens : il ne s'agit que de savoir les mettre en évidence. L'accroissement ou la diminution de population, selon l'état d'aisance et la quantité de choses produites, se font remarquer partout et

(1) En comparant ces nombres à ceux que M. *Lobatto* a donnés dans son *Annuaire* pour 1826, on trouve une légère différence qu'il faut attribuer sans doute aux changemens de domicile, dont on a tenu compte ici.

(2) *Recherches sur la population*, etc., in-8o, chez Tarlier, à Bruxelles.

devraient donner de nouveaux motifs de moins redouter une population trop disproportionnée pour le sol qui doit la nourrir, avant d'en venir à ces extrémités, on verrait sans doute un ralentissement dans la fécondité amené par la force même des choses.

ANNÉES.	UNE NAISSANCE pour	UN DÉCÈS pour	UN MARIAGE pour	ENFANS PAR MAR. Fécondité.
1815	27,82	39,42	111,00	4,00
1816	27,88	40,27	134,30	4,42 (1)
1817	31,21	36,32	159,09	5,24
1818	30,30	39,58	142,00	4,68
1819	27,33	37,81	132,30	4,84
1820	29,06	39,02	131,10	4,49
1821	27,12	41,38	127,07	4,70
1822	26,37	39,24	123,03	4,68
1823	27,44	41,66	129,00	4,70
1824	27,13	43,98	132,90	4,90
Moyennes. . . .	28,17	39,86	132,17	4,66

Il est remarquable que les naissances sont plus nombreuses dans les villes que dans les communes rurales; peut-être, parce que la facilité de se procurer des secours, détermine à choisir les villes pour lieu des couches. On compte d'une part une naissance sur 26,07 individus, et de l'autre une sur 29,14; et cette différence ne s'est pas démentie une seule fois pendant dix années. La disproportion pour les décès est plus prononcée encore, car on compte annuellement dans les villes un décès par 32,61 habitans, et un seulement par 43,83, dans les communes rurales. Ainsi les générations se succèdent plus rapidement dans les villes que dans les campagnes. Quant à la différence entre les naissances masculines et féminines, le rapport est de 1 à 0,9480 dans les villes, et de 1 à 0,9375

(1) Il se trouve une erreur de nombre dans le tableau, ce qui établit une légère différence dans la moyenne.

dans les communes rurales. Il est à regretter que nous ne puissions présenter de la même manière la différence pour la fécondité; nous ferons la même observation à l'égard des mariages; nous aurions aussi désiré trouver dans les tableaux une colonne pour les nombres des mariages, que l'on ne peut obtenir maintenant qu'en calculant au moyen des rapports de la population aux mariages.

Nous examinerons maintenant les provinces en particulier, en prenant les résultats pour la durée de dix ans; car les résultats isolés pour chaque année, par leurs écarts de la moyenne générale, ne pourraient nous fournir que des observations moins intéressantes.

PROVINCES.	UNE NAISSANCE pour	UN DÉCÈS pour
Zélande	21,87	28,54
Hollande septentrionale	25,72	31,60
Hollande méridionale.	25,23	33,06
Utrecht	27,78	37,53
Flandre occidentale	28,13	38,04
Brabant méridional	27,45	38,99
Overyssel.	29,43	39,59
Flandre orientale	29,60	39,71
Liége	30,10	42,41
Limbourg.	29,73	42,87
Hainaut	27,85	43,17
Luxembourg	27,09	43,30
Anvers	30,13	43,35
Brabant septentrional.	30,08	44,51
Gueldre	30,10	45,53
Groningue	28,10	49,23
Frise	28,59	49,30
Drenthe.	30,52	50,40
Namur	30,07	51,78
Moyenne.	28,17	39,86

Ce tableau, à peu près le même que celui que j'ai donné ailleurs pour cinq années seulement, montre encore ce sin-

gulier résultat que les naissances sont plus nombreuses là où la mortalité est plus forte, et que les générations se succèdent plus rapidement. On reconnaîtra aussi que le voisinage de la mer, l'abaissement du terrain et la grandeur de la population, ont une influence marquée. Quant à la fécondité, on pourra la déduire du tableau suivant, dans lequel les provinces sont classées d'après la grandeur des nombres comme elles le sont dans le précédent, par rapport aux décès.

PROVINCES.	ENFANS PAR Mariage.	UN MARIAGE sur
Zélande	5,23	113,16
Flandre orientale	5,11	151,20
Flandre occidentale	5,09	143,51
Brabant septentrional	5,03	124,66
Luxembourg	4,99	135,98
Hollande méridionale	4,78	118,29
Gueldre	4,72	141,61
Liége	4,69	141,14
Namur	4,68	141,33
Hainaut	4,67	131,46
Brabant méridional	4,66	127,94
Utrecht	4,57	124,45
Groningue	4,55	127,33
Anvers	4,54	137,41
Limbourg	4,53	135,40
Overyssel	4,49	129,19
Hollande septentrionale	4,33	110,38
Frise	4,29	122,77
Drenthe	4,25	125,24
Moyennes	4,66	132,17

Nous répéterons encore ici l'observation que les mariages sont moins nombreux dans les provinces catholiques et surtout dans les plus populeuses, que dans les provinces protestantes. Quant à ce qui concerne la fécondité, il paraît qu'elle est plus grande généralement dans les provinces méridionales. Il est assez remarquable qu'elle semble être en raison inverse du nombre des mariages.

Le mois de janvier a présenté, dans l'espace de dix ans, cinq fois le *maximum* des naissances, mars trois fois, et avril et décembre chacun une fois : il eût été à désirer qu'on eût indiqué les naissances pour chaque mois de l'année, puisqu'on avait les élémens et qu'on eût rendu les termes comparables en faisant tous les mois d'une égale durée, de trente jours par exemple; il est très-probable que le *maximum* des naissances serait retombé alors sur le mois de février, qui se trouve entre les deux mois les plus chargés. Juin a présenté six fois le *minimum* des naissances; juillet trois fois, et avril une fois. Ces résultats s'accordent fort bien avec ceux que j'avais indiqués précédemment (1). J'aurais désiré pouvoir vérifier la loi de décroissement et d'accroissement des naissances pendant le cours d'une année, mais les données manquent ici; cette loi paraît du reste suffisamment constatée par plus de 13,000,000 d'observations, recueillies par M. *Villermé*, qui, tout récemment encore, a exposé ses recherches à cet égard à l'Académie royale des sciences de Paris.

Janvier a présenté six fois le *maximum* des décès, décembre deux fois et mars également deux fois; août a présenté quatre fois le *minimum* des décès, juin et juillet chacun deux fois, octobre et novembre une fois. Il paraît d'après cela très-probable, que si l'on avait eu égard à l'inégale longueur des mois, les *maximum* et *minimum* auraient eu lieu en janvier et vers la fin de juin, comme on l'a généralement trouvé par toutes les recherches qui ont été faites depuis quelque temps.

Le volume publié par la commission se compose de tableaux numériques seulement; et c'est en effet la forme qui convient le mieux à ces sortes de publications. Une série d'ouvrages semblables, faits avec soin, formera une bibliothéque précieuse pour ceux qui sauront y lire, et devra continuellement être sous les yeux des hommes d'État et de tous ceux

(1) *Lettre* à M. Villermé, dans la *Corresp. Math.*, 2e vol., pag. 170 et *Recherches* sur la population, pag. 11.

qui s'occupent d'améliorer le sort de leurs semblables. Le gouvernement qui ordonne de pareilles publications, acquiert de nouveaux droits à la reconnaissance, et donne la preuve la moins équivoque de sa sollicitude pour le bien-être général.

Carte figurative de l'instruction populaire, dans le royaume des Pays-Bas.

M. *Ch. Dupin*, dans son ouvrage intitulé : *Forces productives et commerciales*, avait eu l'heureuse idée d'indiquer par des teintes plus ou moins sombres, appliquées sur une carte de la France, l'état de l'instruction du peuple dans les différens départemens. Cette méthode ingénieuse de rendre des résultats numériques sensibles à l'œil, ne pouvait manquer d'être étendue aux pays voisins. Le rapport officiel qui venait d'être fait aux États-Généraux, offrait tous les élémens nécessaires pour dessiner une carte du royaume des Pays-Bas, semblable à celle que M. *Dupin* avait publiée pour la France. M. *Somerhausen*, à qui l'on doit plusieurs ouvrages utiles pour l'instruction élémentaire, s'est occupé de ce travail, et il a pris soin d'indiquer numériquement pour chaque province, combien il faut d'habitans pour fournir un enfant aux écoles. Ainsi la province de Drenthe, compte un élève par six habitans, ou plus exactement 100 élèves par 645 habitans; et dans ces nombres ne sont point compris les élèves envoyés aux petites écoles d'enfans et aux écoles de travail. D'après les tables de population, si l'on envoyait aux écoles toutes les personnes de 5 à 17 ans, sans distinction de sexe, il faudrait compter un élève sur 4 habitans, ou plutôt 100 sur 440 environ. Si l'on observe que des maladies et d'autres circonstances peuvent retenir des jeunes gens chez eux, on demeurera convaincu que plusieurs de nos provinces envoient aux écoles autant qu'elles peuvent fournir.

Il est à remarquer que les départemens les plus favorisés de France, ne comptent au plus qu'un élève par 10 habitans;

le département de la Seine ne compte qu'un élève sur 46 habitans, et il est un département en France (celui de Haute-Loire), qui n'envoie aux écoles qu'un élève sur 268 habitans. Or, la province de notre royaume, la plus mal partagée sous le rapport de l'instruction, est, d'après le tableau, la Flandre occidentale, qui ne fournit aux écoles qu'un élève sur 17 personnes, encore est-il des observations à faire à cet égard.

Il paraît certain, d'après tous les états antérieurs (1), qu'il s'est glissé une erreur de plus de 100,000 âmes, dans l'évalution de la population de cette province, et qu'on a écrit 671,034 âmes, au lieu de 571,034, ce dernier nombre donnerait un élève sur 14 habitans, ou plutôt 100 sur 1469; ce qui est plus en harmonie avec les nombres donnés par les provinces voisines. Il paraît encore que l'on n'a donné pour la Flandre occidentale, que le nombre moyen des élèves qui fréquentent habituellement les écoles, tandis qu'ailleurs on a donné les nombres à leur *maximum*. Nous avons dit aussi que dans le tableau figuratif, on n'avait pas eu égard au nombre d'enfans qui fréquentent les écoles de travail, et la Flandre occidentale, d'après les tableaux officiels, en compte 11,376, tandis qu'on n'en trouve que 5,079 pour tout le reste du royaume. Enfin, les tableaux ont été dressés dans un moment où l'on venait de réformer plusieurs colléges et un grand nombre d'écoles élémentaires (2). Si l'on a égard à ces remarques, on aura la conviction que les deux Flandres, et la Flandre occidentale surtout, ne méritaient pas cette teinte sombre que M. *Dupin* a répandue sur l'Espagne et sur quelques provinces disgraciées de la France. Nous aurions tort d'accuser M. *Somerhausen*, de l'erreur re-

(1) Voyez le travail officiel sur le *Mouvement* de la population, dont il a été parlé précédemment.

(2) M. *Somerhausen* a renvoyé aux observations consignées dans mes *Recherches sur la population*, etc.; on y trouve les doutes que nous venons d'énoncer par rapport à la Flandre occidentale; mais on n'avait pas encore remarqué l'erreur qui s'est glissée dans l'estimation de la population.

lative à la population de la Flandre occidentale, puisqu'elle existait dans les documens d'après lesquels il a dessiné sa carte; mais nous aurions désiré qu'il eût donné à la France la teinte générale qui lui convient, pour ne pas laisser d'idées fausses, et pour faciliter les moyens de comparaison. La province de Liége alors, qui tombe, d'après les nouveaux calculs, au dernier rang dans notre royaume, se trouverait encore bien blanche à côté de la teinte qui convient à la France. Mais ici nous sentirons encore le besoin de faire de nouvelles distinctions, car M. *Dupin* n'a parlé que des enfans mâles envoyés aux écoles; et chez nous on ne paraît pas avoir établi cette distinction, du moins si l'on calcule d'après les tables de population, le nombre d'enfans mâles qui peuvent être soumis à l'enseignement. Il faut donc être circonspect dans les conclusions que l'on peut déduire de la comparaison des deux cartes. Quoiqu'il en soit, le tableau figuratif publié par M. *Somerhausen* sera vu avec plaisir, et ces sortes de travaux méritent d'autant plus d'être encouragés qu'ils ramènent l'attention sur des points très-intéressans, et qu'ils provoquent des discussions dont on peut toujours tirer quelqu'avantage.

L'exécution lithographique de la carte, a été confiée à M. Jobard, et ne peut qu'ajouter à la réputation que s'est acquise cet habile artiste.

REVUE SCIENTIFIQUE.

Théorie balistique par J. F. SCHEER DE LIONASTRE, lieutenant-colonel d'artillerie au service de S. M. le Roi des Pays-Bas, employé à l'école d'artillerie et du génie à Delft; in-8° avec planches; Gand, chez Vandenkerckhove, 1827.

Il a déjà paru dans le 1er volume de la *Correspondance Mathématique*, page 351, une annonce de l'ouvrage de M. *Scheer de Lionastre*; nous essayerons aujourd'hui de faire connaître plus particulièrement ce travail, en offrant une analise détaillée de ce qu'il contient; nous nous abstiendrons toutefois de porter un jugement dans des matières qui nous sont peu connues, puisqu'il s'agit ici de la partie pratique de la balistique. L'auteur chargé de surveiller à l'école militaire des expériences dont le but était de trouver d'une manière pratique, un nombre suffisant d'ordonnées pour tracer la trajectoire des projectiles, conçut l'idée de tirer à travers un certain nombre de filets de pêcheur dressés verticalement l'un derrière l'autre dans la ligne du tir : ces filets étaient construits de ficelle très-mince, dont les mailles n'avaient que 0,02m d'équarrissage; il fut facile d'obtenir ainsi les données nécessaires pour construire la trajectoire par points; on pourra voir dans l'ouvrage les précautions qui servaient à assurer l'exactitude des résultats.

Après avoir exposé la méthode suivie dans les observations, l'auteur passe à la solution de trois problèmes sur la parabole, et rappelle ensuite les principes mathématiques des

différens mouvemens, soit dans le vide, soit dans un milieu résistant; ce qui le conduit à déterminer les principales circonstances du mouvement d'un boulet de canon lancé sous certaines conditions. Cette première partie, qui peut être considérée comme une introduction aux recherches de M. *Scheer de Lionastre*, est terminée par un tableau de toutes les formules précédemment établies.

La partie suivante offre une application des formules aux expériences des années 1823 et 1824, faites par les moyens que nous avons indiqués plus haut. L'auteur détermine d'abord la vitesse initiale du boulet tiré par la pièce de douze courte; ensuite, cette vitesse étant trouvée, il cherche la plus grande hauteur de la trajectoire, une ordonnée quelconque de la trajectoire, et en général tout ce qui peut être de quelqu'intérêt dans le tir du canon. Ces recherches sont suivies d'applications de la théorie au jet des bombes, et les résultats du calcul se trouvent toujours à côté de ceux de l'expérience. Quinze grands tableaux numériques présentent tous les détails des exercices que M. *Scheer de Lionastre* a dirigés; ainsi l'on y trouve l'indication de la hauteur des trous dans les filets, celle de l'élévation du centre de la bouche du canon, du rayon du boulet, etc., les filets, généralement au nombre de dix, et quelquefois plus nombreux, étant placés de 50 en 50 mètres de distance, à partir d'un espace plus ou moins grand.

L'auteur a donné encore dans un court *appendice* quatre formules pour la détermination du volume, et quatre autres pour la détermination du centre de gravité des solides, engendrés par la rotation de plans limités par des droites et un arc de cercle, autour d'un axe.

Principes d'Algèbre, par E. E. Bobillier, ancien élève de l'école Polytechnique, professeur à l'école royale des arts et métiers de Châlons-sur-Marne; in-8°, à Lons-le-Saunier, chez F. Gauthier, 1827.

Nous n'avons sous les yeux que le 2e et le 3e livres des *principes*

d'algèbre, que M. *Bobillier* paraît avoir publiés séparément pour la commodité de l'enseignement. Le 2e livre comprend la résolution des équations du premier et du second degré ; et le troisième tout ce qui se rapporte aux proportions, aux progressions et au calcul des logarithmes. Nous regrettons de ne pouvoir mieux faire connaître cet ouvrage, plein d'ordre et de clarté, qu'en indiquant sommairement la marche suivie par l'auteur.

Dans les *notions préliminaires*, M. *Bobillier* familiarise l'élève avec les termes de la science et avec les transformations communes à toute espèce d'équations. Il passe ensuite à la résolution des équations du premier degré à une seule inconnue, et des problèmes dont les données sont numériques ou algébriques. Le chapitre III traite des équations et problèmes du premier degré à plusieurs inconnues ; la discussion des problèmes à une ou plusieurs inconnues et l'examen des solutions négatives, forment la matière des chapitres IV et V. Les deux chapitres suivans renferment la résolution des équations et problèmes du second degré à une seule inconnue. Nous avons particulièrement remarqué une manière simple de présenter la théorie des équations du second degré (1). La résolution de quelques équations de degré supérieur au second, termine le 2e livre.

Dans le 3e livre de ses *principes*, l'auteur a successivement considéré lesrapports et proportions par différence et par quotient, ainsi que les progressions par différence et par quotient ; et à la suite de chacun des quatre chapitres qu'il leur consacre, il donne des exercices nombreux pour servir de développement à la théorie. Trois autres chapitres contiennent la théorie des logarithmes, la construction et les usages des tables de logarithmes, ainsi que les applications diverses que l'on peut en faire.

La publication de cet ouvrage ne peut qu'ajouter à la répu-

---

(1) Un exposant, qui est tombé à la page 107, ligne 11, pourrait causer quelqu'embarras à l'élève, peu familiarisé avec le calcul algébrique ; c'est par ce motif que nous signalons cette petite erreur typographique.

tation honorable que M. *Bobillier* s'est déjà acquise par ses recherches variées dans les sciences. Dans une lettre particulière que cet habile professeur a bien voulu nous adresser, il annonce la publication prochaine d'un *Traité purement synthétique des sections coniques*. Ce traité qui contiendra peu d'espace, ne renfermera que les propriétés les plus essentielles de ces courbes : on trouvera peut-être que l'auteur fait disparaître ainsi une lacune, qui existe dans les élémens à l'égard de ceux qui n'étudient la géométrie que pour arriver à la géométrie descriptive, si utile dans les arts, et qu'il rend un véritable service à ceux qui n'ont point de connaissances analitiques en les mettant à même de concevoir les découvertes récentes faites en géométrie (1).

Traité d'Algèbre élémentaire, par J. M. Noel, professeur des sciences physiques et mathématiques, principal de l'Athénée de Luxembourg, etc.; deuxième édition, in-8°., chez *Lamort*, 1827.

Nous avons déjà annoncé l'ouvrage de M. *Noël* dans la *Correspondance mathématique*, page 239, tome I ; si nous revenons aujourd'hui sur cette annonce, c'est pour indiquer quelques modifications utiles que l'auteur a introduites dans la seconde édition qui vient de paraître. Certaines parties ont été entièrement réfondues et présentées avec plus de concision, d'autres ont été classées d'une manière plus convenable; ainsi la théorie

---

(1) Dans le 6e numéro, qui paraîtra très-prochainement, nous insérerons un article de M. *Bobillier*, qui nous est parvenu trop tard, pour pouvoir paraître dans ce cahier. Il pourra donner une idée de la méthode suivie dans le traité que nous annonçons ; nous avons cru remarquer que c'est à peu près exactement la marche que nous avions suivie nous-mêmes dans deux mémoires publiés par l'Académie de Bruxelles, et intitulés *Nouvelle théorie des sections coniques*, 2e vol., *et sur différens problèmes de géométrie à trois dimensions*. Voyez aussi la *Correspondance mathématique*, tome II, page 78.

du plus grand commun diviseur, que l'auteur présentait, dans la première édition, à la suite des premières opérations algébriques, comme l'ont fait quelques auteurs élémentaires, n'est présentée maintenant que dans la partie qui précède l'élimination. Voici les motifs que M. *Noël* donne de ce changement : « Comme la théorie du plus grand diviseur algébrique dépend, sous quelque rapport, de la résolution des équations, il a paru convenable de ne s'en occuper qu'immédiatement avant l'élimination en général, et la recherche des racines égales dont elle est la base. Cette théorie, placée immédiatement après la division, offre des difficultés aux élèves encore peu familiarisés avec les combinaisons du calcul algébrique, et comme alors elle ne sert qu'à simplifier les fractions littérales, on y supplée souvent par la décomposition en facteurs. »

La première édition ne renfermait pas la résolution des équations d'un degré quelconque ; l'édition que nous annonçons est plus complète sous ce rapport. Ainsi l'auteur a donné tout ce qui concerne la formation des puissances des polynomes, la composition et la transformation des équations, ainsi que la recherche des racines réelles commensurables, et incommensurables. On doit aussi lui savoir gré d'avoir introduit dans les élémens d'algèbre quelques pages sur les inégalités et sur l'analise indéterminée du premier degré.

Mélanges d'Algèbre, ou Recueil d'un grand nombre de problèmes et d'applications algébriques, par M. Noel; in-8°, à Luxembourg, chez *Lamort*, 1827.

M. *Noël* avait publié il y a cinq ans, un Recueil de problèmes sur l'application de l'algèbre à la géométrie (voyez le vol. I de la *Correspondance mathématique*, page 288); l'ouvrage qu'il vient de faire paraître, pourra être considéré comme la partie complémentaire. « Tous les professeurs savent que, pour éclaircir les théories et les mieux fixer dans la mémoire, il faut les faire suivre de quelques applications ; ils

savent que les problèmes, en excitant la curiosité, font naître le désir de les résoudre; ce qui procure aux élèves le double avantage de développer leur intelligence, et de les familiariser avec les combinaisons du langage analitique. » Ces considérations ont fait naître les deux recueils dont nous venons de parler. On conçoit que de pareils ouvrages ne sauraient être analisés; nous devons nous borner à indiquer ici les exercices mathématiques qu'ils contiennent; et nous le ferons avec d'autant plus de plaisir, que le lecteur pourra prendre ainsi une idée assez juste des problèmes curieux que l'auteur a réunis.

De l'arithmétique divinatoire. — De quelques séries périodiques, fournies par la division numérique. — De la divisibilité des nombres. — De quelques équations et problèmes résolubles, comme ceux du premier degré. — Problèmes d'analise indéterminée. — De quelques équations et problèmes résolubles comme ceux du second degré. — Problèmes résolubles par les progressions. — Exercices sur le calcul des radicaux. — Exercices sur la résolution de certaines équations. — De quelques séries numériques finies. — Des équations à indices. — Problèmes qui dépendent des combinaisons. — Elimination entre deux équations de degrés quelconques à deux inconnues. — Problèmes résolubles par des séries dont les sommes dépendent des progressions. — De quelques séries infinies. — Du *maximum* et du *minimun*.

Recherches sur la sommation de quelques séries trigonométriques, par R. LOBATTO; in-4°, 42 pages, à *Delft*, chez *L. De Groot*, 1827.

Ce mémoire a été présenté à l'Académie royale de sciences et belles lettres de Bruxelles, et a donné lieu à un rapport favorable, qui a été inséré dans le 2ᵉ volume de la *Correspondance Mathématique*, page 52. Nous nous dispenserons par ce motif d'en donner ici une nouvelle analise. M. *Lobatto* avait déjà acquis des droits à l'estime de ses compatriotes, par plu-

sieurs ouvrages utiles, tels qu'un *Recueil de problèmes* d'arithmétique et d'algèbre, à l'usage des cours élémentaires; des *Mélanges mathématiques*, d'un *Annuaire* qu'il publie à la Haye, aux frais du gouvernement, etc. Le nouveau travail qu'il présente au public ne sera pas accueilli avec moins de bienveillance, nous en sommes persuadés, que ses productions antérieures.

Gronden der Sterrekunde, door A. Quetelet, uit het fransch vertaald, en met aanteekeningen verrijkt door R. Lobatto; eerste stuk, in-12, Amsterdam, bij *C. Portielje*, 1827.

Cet ouvrage étant la traduction d'une *Astronomie élémentaire*, que j'ai publiée l'année dernière à Paris, pour faire partie de la *Bibliothéque industrielle*, le lecteur voudra bien apprécier les motifs qui me déterminent à n'en donner qu'une simple annonce. Je saisirai toutefois cette occasion pour témoigner publiquement à M. *Lobatto* ma reconnaissance pour les notes intéressantes, dont il a bien voulu enrichir mon travail. D'après l'avant-propos, on trouvera, à la fin du second volume, des notices biographiques sur les principaux astronomes qui ont honoré notre patrie, et quelques développemens sur les parties les plus usuelles de l'astronomie.

Les planches ont été faites avec soin, et la carte du ciel qui se trouvait dans l'édition de Paris a été remplacée par une autre carte plus détaillée, que M. *Lobatto* a tirée de l'*Astronomie Populaire*, petit ouvrage que j'ai publié tout récemment à Bruxelles.

Statistique nationale. Développement des trente et un tableaux publiés par la Commission de Statistique, etc. Mémoire, par E. Smits, secrétaire de la Commission. In-8°, Bruxelles, chez *Tarlier*, 1827.

La commission de statistique, comme nous l'avons dit plus haut, a pris le sage parti de ne publier que des résultats purement numériques, qu'elle soumet aux méditations du public, en lui laissant le soin de les interpréter. Elle a pu donner plus de concision à son travail, en évitant de répéter lon-

guement par des mots ce qu'un tableau numérique rend, pour ainsi dire, sensible à l'œil, et elle a pu se préserver aussi des divagations et des idées systématiques auxquelles un pareil examen entraîne assez souvent.

M. *Smits*, en se rendant l'interprète des travaux de la commission, a voulu les mettre plus à la portée de la partie du public peu habituée à saisir un résultat dans une série de nombres. Il a pensé encore qu'il rendrait son ouvrage plus complet, en le faisant précéder d'une *Introduction*, dans laquelle il fait connaître la définition et le but de la statistique, le style qui lui convient; il indique en même temps, l'état de la statistique dans le royaume des Pays-Bas, et discute s'il convient ou non, que des recherches statististiques soient publiées par un gouvernement.

L'attention de l'auteur se porte d'abord sur l'accroissement de la population, qui est « tel qu'il pourrait rappeler les craintes manifestées par le savant M. *Malthus*, de voir un jour l'excédant des naissances sur les décès devenir une charge, quand la population cesserait d'être en rapport avec les moyens de subsistance. » Nous ne suivrons pas l'auteur dans les moyens qu'il donne d'utiliser l'accroissement de population, ni dans l'indication des causes générales de l'accroissement ou de la diminution de la population; nous observerons seulement que M. *Smits* n'a peut-être pas calculé comme nous l'avons fait, que dans ce royaume on ne compte pas même, terme moyen, un habitant par bonnier. Or, dans la Flandre occidentale, où l'on compte deux habitans par bonnier, ou plus exactement 228 par 100 bonniers, on ne s'aperçoit pas encore que l'on se trouve trop à l'étroit, d'ailleurs, l'auteur observe lui-même, dans un autre endroit de son ouvrage, qu'il y a dans la nature un *équilibre*, que « les progrès de la population sont rapides; mais à peine cet équilibre est-il établi, que les divers rapports entre les élémens de la population perdent leur excédant, et deviennent à peu près stationnaires. » L'auteur paraît avoir oublié dans l'énumération des causes de l'accroissement de la population, la principale peut-être, c'est-à-dire, l'état florissant

du commerce : car, lorsque les économistes avancent que la population est en raison des choses produites, certes, ils n'entendent pas dire des choses produites par la terre seulement, mais de toutes celles qui ont une valeur réelle ; que deviendraient sans cela les populations des grandes villes ?

Nous ne suivrons pas l'auteur dans l'énumération des années qui ont offert un *maximum* ou un *minimum*, dans le rapport des naissances ou des décès avec la population. Les résultats isolés ne peuvent nous apprendre rien d'intéressant. Il faut embrasser d'un coup d'œil les fluctuations des nombres autour de la moyenne générale, et ne pas s'arrêter à quelques anomalies; du moins c'est la règle que nous donne le calcul des probabilités comme étant la plus sûre; qu'importe qu'en 1817, telle province ait offert un peu moins de naissances que dans d'autres années! mais si cette observation s'applique à toutes les provinces, si en même temps les décès ont été plus fréquens et les mariages moins nombreux qu'à tout autre époque, alors j'en cherche la cause et je la trouve dans la disette qui a affligé l'année précédente. Quelle confiance *d'ailleurs*, peut-on avoir dans les petites variations d'un rapport dont un des élémens est essentiellement vicieux ou du moins très-équivoque, c'est-à-dire, l'estimation de la population? il est étonnant même que M. *Smits* n'ait pas eu égard aux doutes que peut faire naître l'estimation actuelle de la population du royaume. Il suffit d'apporter quelqu'attention dans l'examen des rapports publiés, pour voir qu'un nouveau dénombrement deviendrait nécessaire, comme M. *Dekeverberg* l'a fait sentir mieux encore que je n'ai pu le faire, dans les notes qu'il a insérées à suite de mes *Recherches sur la population* (1). Indiquer au gouvernement qu'il possède des documens vicieux sur les provinces du royaume, est peut-être un des points les plus utiles auxquels on puisse avoir égard dans ces sortes de dis-

(1) In-8°, chez *Tarlier*, à Bruxelles, 1827.

cussions, surtout si ces documens doivent servir de base à toutes nos connaissances statistiques.

Nous avons été étonnés de trouver dans un ouvrage intitulé : *Statistique nationale*, l'analise des recherches de M. *Benoiston de Châteauneuf*, sur la fécondité, et des *Travaux statistiques sur la France*, de M. *Ch. Dupin*; nous nous serions attendus au moins à ce que l'auteur rapprochât les résultats de ce dernier savant de ceux trouvés pour notre pays, du moins pour ce qui concerne l'instruction, il se contente d'observer que « ce travail a été impossible en ce que l'instruction publique n'est point encore arrivée chez nous à cet état de stabilité où les résultats moyens peuvent être regardés comme invariables et décisifs » (1). Cependant, il ne fait pas difficulté de conclure plus loin « le rang très-secondaire qu'occupent dans ce classement (par rapport à l'instruction), les provinces du Brabant méridional, des deux Flandres (2), du Limbourg et de Liége, rejetées si loin des provinces du Nord. » Comment concilier ceci avec les observations de M. *Dupin*, qui pense avoir démontré victorieusement que les provinces les plus manufacturières sont aussi celles où l'instruction est le plus répandue. Il est peut-être bon de ne pas confondre aussi les mots *instruit* et *éclairé*; car il est telle instruction qui se répand aujourd'hui et qui ne tend certainement pas à faire des hommes *éclairés*.

Nous ne pousserons pas plus loin l'examen de la *Statistique nationale*; nous observerons seulement que toutes les publications qui ont pour objet de mieux faire connaître l'état de notre pays, ont par cela même des droits à notre estime. Nous serions fâchés que nos observations pussent produire quelque

---

(1) Nous doutons fort que l'instruction publique soit plus *stable* en France que dans notre pays; et nous souhaitons de tout notre cœur que les résultats pour la France ne puissent pas être considérés comme *invariables* et *décisifs*.

(2) Nous avons déjà dit qu'il y a erreur de plus de 100,000 âmes dans l'évaluation de la population de la Flandre occidentale.

mauvais effet; nous avons voulu montrer seulement que nous avions examiné l'ouvrage de M. *Smits*, et que nous l'avons lu avec tout l'intérêt que comporte le sujet dont il traite.

De l'éducation physique de l'enfance, par M. C. LAISNÉ, docteur et professeur en médecine, etc. In-18. Bruxelles, *Hayez*, 1827. Se vend chez *Berthot*, libraire, Marché au Bois.

Tel est le titre d'un petit ouvrage dont nous ne parlerons ici que sous le rapport de la mortalité de l'enfance. «*Wargentin*, dit l'auteur, suivant le rapport du docteur *Frank*, et d'après ses recherches sur le calcul opéré à cet égard dans plusieurs endroits, pose, comme règle presque certaine, qu'un quart des nouveau-nés meurt dans la première année, que le second quart meurt de l'âge d'un an jusqu'à celui de 24, et que le troisième quart vit jusqu'à l'âge de 60 ans.» M. *Laisné* a bien voulu faire usage de la table de mortalité que j'ai dressée sur les décès des villes de Maestricht, Tournai et Bruxelles (1); mais il nous a paru qu'il s'était glissé une petite erreur dans son calcul. M. *Laisné* déduit en effet de cette table, que sur 100,000 enfans qui naissent, près du tiers n'atteint pas l'âge d'un an. Nous pensons qu'il aurait été plus exact de dire un peu moins du quart; car, d'après la table, de 100,000 enfans qui naissent 77,507 atteignent l'âge d'un an, il n'en meurt donc que 22,493. Un second quart a disparu entre 22 et 23 ans, un troisième quart avant l'âge de 59 ans et le dernier quart s'éteint successivement jusque vers 108 ans. Ces résultats sont assez bien d'accord avec ceux cités par l'auteur. Nous regrettons de ne pouvoir entrer ici dans plus de détails sur l'ouvrage de M. *Laisné*, que nous devons abandonner à l'examen de personnes plus éclairées que nous dans ces sortes de matières.

---

(1) *Recherches sur la population*, etc., et le 3e volume de la *Correspondance Mathématique*.



Traité élémentaire de Physique, par C. Despretz, professeur de physique au Collége Royal d'Henri IV, etc., 2e édition, in-8o, à Paris, chez *Méquignon-Marvis*, et à Bruxelles, chez *Fortin*.

La première édition de cet ouvrage a paru en 1825; les changemens et les additions nombreuses que l'auteur vient d'y faire, le rendront de plus en plus digne de l'accueil favorable qu'il a reçu du public. Parmi les parties qui ont subi des modifications utiles, nous avons particulièrement distingué celle qui traite des machines à vapeur : l'auteur y examine successivement les différentes parties de ces machines, et donne les moyens de calculer leurs effets dynamiques; on lira avec intérêt toute cette discussion, ainsi que tout ce qui concerne les bateaux, les voitures et les armes dont les effets dépendent de la force de la vapeur. L'électricité, le magnétisme, l'optique paraissent également avoir reçu des augmentations heureuses. Dans la partie qui concerne les sources de la chaleur animale et dans la théorie des vapeurs, M. *Despretz* a pu faire plus particulièrement usage des expériences qui lui sont propres. La météorologie que plusieurs auteurs ont écartée des élémens de physique, a été développée d'une manière très-intéressante. Nous avons regretté de ne pas trouver quelques expériences nouvelles, et particulièrement celle que MM. *Thénard* et *Clément* ont rapportée des forges de Fourchambaut. Il paraît que la correction typographique a été mieux soignée que dans la première édition, qui laissait beaucoup à désirer sous ce rapport.

— Il vient de paraître chez M. *Jobard*, une carte topographique de l'île de Corse, qui a été dressée et lithographiée par M. *Collon*. Nous nous bornerons à l'annoncer aux connaisseurs comme l'ouvrage incontestablement le plus beau qu'on ait fait en ce genre, depuis la petite carte de M. *Paulmier*.

QUESTIONS.

I. Trouver le lieu des foyers d'une courbe du second ordre, de forme invariable, qui se meut en restant continuellement tangente à deux droites rectangulaires.

II. Trouver le lieu des foyers d'une surface de révolution de second ordre, de forme invariable, qui se meut en restant continuellement tangente aux faces d'un angle solide tri-rectangle.

III. On veut construire un vase cylindrique d'argent fin, à base elliptique et surmonté d'un couvercle dont l'intérieur soit égal au demi-ellipsoïde de révolution de la base autour de son grand axe. La capacité intérieure, tant du vase que du couvercle, doit être de quatre litrons et l'épaisseur doit avoir une ligne partout. Comme on désire ménager autant qu'il se pourra la matière, on demande quelles devront être les dimensions du vase à construire, pour que la quantité d'argent employé soit un *minimum*; qu'elle sera alors la capacité du vase, sans le couvercle, et pour combien de florins sera-t-il entré d'argent fin dans la construction? (On admet que le kilogramme d'argent pur, vaut 222 francs, et que sa pesanteur spécifique est 10,5).

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

GÉOMÉTRIE.

On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donnée (*). **Question proposée à la pag. 180 du IIIe vol., et résolue par M. Verhulst, docteur en sciences.**

Ce problème, dont je crois avoir déjà vu la solution, peut se résoudre géométriquement d'une manière assez simple : (*fig.* 40).

Supposons le problème résolu et ABC le triangle demandé. Soient donnés l'angle A et le point m, on construira le parallélogramme AGED, équivalent à la surface donnée; l'aire du triangle ABC étant, par hypothèse, équivalente à celle du parallélogramme AGED, il s'ensuit que $m\mathrm{EF}=\mathrm{BG}m+\mathrm{FDC}$ (1).

Ces trois triangles étant semblables, leurs aires sont entre elles comme les carrés des côtés homologues. Donc

$$m\mathrm{EF} : \mathrm{BG}m : \mathrm{FDC} :: \overline{m\mathrm{E}}^2 : \overline{m\mathrm{G}}^2 : \overline{\mathrm{DC}}^2.$$

Et à cause de l'équation (1).

$$\overline{m\mathrm{E}}^2 = \overline{m\mathrm{G}}^2 + \overline{\mathrm{DC}}^2.$$

(*) M. *Manderlier* a donné aussi une solution de ce problème.



Cette équation suffit pour déterminer DC, qui est la seule inconnue.

On construira facilement la longueur de cette droite qui donne la position du point C, nécessaire pour assigner celle de la droite BmC qui ferme le triangle, en élevant au point D la perpendiculaire DP, et en prenant DP $=m$G et PC $=m$E.

GÉOMÉTRIE ANALITIQUE.

Extrait d'une lettre de M. BOBILLIER, professeur à l'École des Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, concernant *des propriétés des sections coniques, considérées dans le solide.*

1. Soit faite une section dans la surface conique de révolution SMN (*fig.* 41), par un plan AOB, qui rencontre d'abord toutes les génératrices sur une même nappe; construisons deux sphères CDF, MF'N qui touchent le cône suivant les parallèles CZD, MXN et en même temps le plan AOB aux points F, F'. Il est visible que le plan des trois points S, F, F', n'est autre que le plan méridien perpendiculaire au plan de la section.

Tirons une génératrice quelconque SOX et les droites FO, F'O; les tangentes menées à une sphère par un point pris au dehors, et terminées à leurs points de contact sont égales; donc FO $=$ OZ, F'O $=$ OX, et par suite FO $+$ F'O $=$ OZ $+$ OX $=$ ZX $=$ CM (*).

Mais, par la même raison, CM $=$ CA $+$ AM $=$ AF $+$ AF' et

(*) Voyez pour le même résultat, le Mémoire de M. *Dandelin*, sur *l'hyperboloïde de révolution*, publié il y a trois ans; un article inséré dans ce cahier, ainsi qu'un autre inséré par M. *Hachette*, dans le *Bulletin* de la Société Philomatique, 1826. A. Q.

CM = D*n* = DB + BN = BF + BF'; ajoutant, il vient 2CM = 2AB ou EM = AB. Donc aussi FO + F'O = AB.

2. Pour abréger, j'appellerai *cercle focal* d'une conique tout cercle dont le centre se trouve sur le grand axe, et qui a avec elle un double contact réel ou idéal; j'appellerai aussi *directrice* de ce cercle, la corde de contact qui peut également être réelle ou idéale; enfin, je mesurerai la *distance d'un point à un cercle* par la tangente terminée à la circonférence et menée par ce point.

Cela posé, si l'on coupe par un plan quelconque une surface conique circonscrite à deux sphères et les plans de contact, les sections résultantes dans le système de ces cinq surfaces seront évidemment une conique, deux de ses cercles idéaux, les directrices des mêmes cercles. Or, en raisonnant de point en point, comme dans le paragraphe précédent, on trouvera ces deux théorèmes : 1° la somme ou la différence des distances d'un point quelconque d'une courbe du second ordre à deux de ses cercles focaux est invariable, selon que le point considéré est compris ou non compris entre les directrices de ces cercles; 2° les distances des différens points d'une courbe du second ordre à l'un de ses cercles focaux sont proportionnelles aux distances des mêmes points à la directrice correspondante. C'est une extension de la propriété des foyers. — On pourrait considérer plusieurs cercles focaux au lieu de deux. (1er THÉORÈME.)

Soient prolongés le parallèle CZD et le plan sécant AOB jusqu'à leur rencontre en TV, droite évidemment perpendiculaire à AB. Tirons aussi OV perpendiculaire à TV, OY parallèle à DB, enfin les droites YV et YD, dont la dernière passe par Z. Les triangles semblables YVO, SDZ, fournissent YO : OV :: DB : BT. Mais, de ce que les triangles YZO, SDZ sont également semblables, et de ce que ce dernier est isocèle, il résulte YO = ZO = FO. En outre DB = BF, donc FO : OV :: BF : BT. On arrive au même résultat en considérant le second parallèle MXN.

Le mêmes raisonnemens peuvent s'appliquer lorsque le plan

sécant est parallèle à l'une des génératrices, ou qu'il rencontre les deux nappes du cône. Dans le premier cas, le triangle DBT est isocèle et il s'ensuit BT = DB = FB.

On a donc ainsi un moyen assez simple d'établir l'identité des sections coniques et des courbes du second ordre, en ne faisant usage que de leur propriété descriptive fondamentale. Il donne en outre, ce me semble, une idée assez nette des droites nommées directrices ou polaires focales.

On peut aussi en conclure que *lorsque deux surfaces coniques sont circonscrites à deux sphères, tout plan tangent à l'une coupe l'autre suivant une conique dont les foyers sont les deux points de contact de ce plan sur les deux sphères.*

Lorsqu'une conique tourne autour de son grand axe, un cercle focal engendre une *sphère focale*, tandis que sa directrice engendre un plan directeur. Comme précédemment, la distance d'un point à une sphère sera mesurée sur la tangente de ce point, limitée à son point de contact.

On conçoit de suite que les deux théorèmes précédens ont encore lieu en substituant aux mots courbe du second ordre, cercle focal, directrice, ces nouvelles expressions, surface de révolution du second ordre, sphère focale, plan directeur.

On peut donc tirer de là ce nouveau théorème : *si l'on coupe par un plan une surface de révolution du second ordre, deux de ses sphères focales et les plans directeurs correspondans ; la section se composera d'une courbe du second ordre, de deux de ses cercles focaux et de leurs directrices.*

Si l'on suppose que le plan sécant est tangent aux deux sphères, on tombera sur le théorème annoncé par M. *Dandelin*, et on aura en plus, ce qui est relatif aux deux directrices. (*Voyez* n° I, vol. III.)

3. (*fig.* 42.) Soit CAB une surface conique de révolution dont l'éllipse AZB est l'une des sections planes, surface dont le sommet C se trouve essentiellement dans le plan CAB, qui lui est perpendiculaire et qui passe par son grand axe AB. Si on y inscrit une sphère DEF, qui soit en même temps tangente

au plan de la section, le point de contact F sera l'un de ses foyers. Conséquemment AC — CB = AF — FB = const. En raisonnant de la même manière sur les autres courbes du second ordre, on aura donc cette proposition : si deux courbes du second ordre ont leurs plans perpendiculaires et sont telles que les foyers de l'une, soient aux sommets de l'autre et réciproquement, cette surface conique, qui aura son sommet en un point de l'une de ces courbes et pour base l'autre, sera de révolution.—Les axes des deux systèmes de cônes, envelopperont les deux courbes. — Les centres des sphères inscrites dans les deux systèmes de cônes parcourront quatre droites parallèles ou rectangulaires deux à deux. — Les plans des cercles de contact se diviseront enfin en quatre groupes passant chacun par une même droite. — Les quatre droites ne seront autre chose que les quatre directrices ordinaires des deux courbes.

Soient T et C les sommets de deux de ces cônes, on aura, en tirant les droites TZ, ZC, F'Z, FZ,

$$TZ+ZC=TK+KZ+CL+LZ=TK+CL+F'Z+FZ=\text{const.}$$

Si les points T et C étaient sur une même branche, on aurait TZ — ZC = const; les résultats sont les mêmes pour la parabole et l'hyperbole. Donc *tous les foyers d'une courbe du second ordre, sont situés sur une autre courbe du même ordre* (1). Donc aussi *toutes les surfaces de révolutions du second ordre, astreintes à passer par une courbe du même ordre, ont leurs foyers sur une courbe du même ordre.* Donc enfin,

---

(1) Je crois avoir démontré le premier cette singulière propriété des foyers, dans les *Mémoires* de l'Académie de Bruxelles, en 1820. M. *Dupin* ne l'a publiée qu'en 1822, et a réclamé l'antériorité sur M. *De Monferrand*, qui l'avait également donnée comme nouvelle en 1825. Voyez du reste, au sujet de ces sortes de théorèmes, la note que j'ai insérée dans ce cahier, et un article inséré à la page 78 du vol. II de la *Correspondance*. A. Q.



toute section plane d'une surface de révolution du second ordre est vue de l'un de ses foyers sous un cercle, car les foyers de cette surface sont aussi deux foyers de la section.

4. On déduit de tout cela par la théorie des polaires réciproques : 1° toutes les sections planes d'une surface conique du second ordre, vues d'un point quelconque de l'espace sous des cercles (le tableau est une sphère ayant pour centre le point de vue), enveloppent une même surface conique du second ordre; 2° réciproquement toutes les sections planes de la seconde surface conique, vues du même point sous des cercles, enveloppent la première; 3° les droites qui joignent le point de vue aux deux sommets sont rectangulaires ; 4° les surfaces de révolution du second ordre, déterminées par le sommet de l'une des cônes et par les sections dont il vient d'être question, ont un foyer commun placé au point de vue; 5° leurs plans directeurs, relatifs à ce foyer, forment deux systèmes passant chacun par une même droite; 6° ces deux droites passent par le sommet du cône et leur plan contient le point de vue; 7° toutes les surfaces de révolution du même système (les deux systèmes correspondent aux deux séries de plans directeurs), se touchent au sommet même du cône; 8° toutes les surfaces coniques qui touchent les surfaces de révolution selon leurs intersections avec le cône primitif, ont leurs sommets sur deux droites; 9° etc., etc., etc.

Note sur les propriétés des foyers, dans les sections coniques, par A. Quetelet (1).

J'ai essayé, dans le 2e vol. des *Mémoires de l'Académie*, 1820, de présenter la théorie des sections coniques, d'une ma-

(1) J'ai inséré cette note à la suite d'un Mémoire de géométrie, dans le 4e vol. des *Mémoires de l'Académie* de Bruxelles, et je la reproduis ici parce que plusieurs des théorèmes qui y sont mentionnés, paraissent généralement fort peu connus, quoiqu'il en ait été parlé déjà dans différens journaux scientifiques, tels que le *Bulletin des sciences*, les *Annales mathématiques*, la *Revue encyclopédique*, etc. A. Q.

nière beaucoup plus générale qu'on ne le fait communément. Pour cela, je considérais un cône de révolution coupé par un plan; et le sommet du cône devenait un point analogue à celui qu'on nomme *foyer* dans les sections coniques. Les rayons vecteurs étaient menés du sommet du cône, et l'on rentrait dans la théorie ordinaire, quand le sommet venait se placer dans le plan de la section. Voici les principaux théorèmes auxquels j'étais parvenu par une géométrie très-élémentaire; je me contenterai de les énoncer pour un cône à base elliptique : on les modifiera sans peine pour les autres cas.

1. *La différence des deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'ellipse, vaut la distance des deux foyers de cette même ellipse.*

2. *Si l'on joint un même point quelconque d'une ellipse au foyer de cette ellipse et au sommet du cône, la différence des rayons vecteurs est une quantité constante* (1).

3. *La somme de deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités d'un même diamètre de l'ellipse est constante.*

4. *La surface aplanie* (2) *d'un cône à base elliptique est une ellipse qui a même excentricité que l'ellipse qui sert de base.*

5. *L'aire d'un cône qui a pour base une ellipse, est à l'aire de cette ellipse, comme la somme des rayons vecteurs, menés du sommet aux extrémités du grand axe de l'ellipse, et à ce même grand axe.*

6. *Tous les cônes qui ont pour base une même section conique, ont leurs sommets sur une autre section conique située dans un plan perpendiculaire à celui de la première, les foyers de l'une*

---

(1) M. *Dandelin* a déduit de cette propriété, le beau théorème suivant : Un cône droit étant coupé par un plan, deux sphères dont chacune est inscrite au cône, touchent le plan en deux points, qui sont les foyers de la section.

(2) Il faut concevoir que tous les élémens de la surface du cône se désunissent pour venir s'appliquer dans un plan et se disposer, en forme d'étoile, autour du sommet du cône. Les bases des petits élémens triangulaires sont alors sur une ellipse.

de ces courbes servant de sommets à l'autre, et réciproquement.

En donnant, dans le *Bulletin de la Société philomatique* de Paris, un extrait d'un Mémoire de ma composition, M. *Hachette* cite un travail de M. *De Monferrand* sur cette question : une courbe du second degré étant donnée, trouver le lieu des sommets des cônes droits qui contiennent cette courbe. La solution de ce problème se trouve donnée par le 6e théorème cité précédemment. Le rapport fait sur le travail de M. *De Monferrand* est du 15 mai 1825; le Mémoire d'où j'extrais l'énoncé de mon théorème a été reçu à l'Académie de Bruxelles en 1820; je crois donc pouvoir réclamer l'antériorité. M. *Dupin* donne également le même théorème comme étant de lui (1) dans un beau Mémoire *sur les routes suivies par la lumière et par les corps élastiques.* Je ferai encore la même observation sur l'antériorité, plutôt pour écarter de moi le soupçon d'avoir tiré parti du travail de ces savans, que pour m'attribuer la découverte de théorèmes qui pouvaient se présenter à d'autres comme à moi, en méditant sur les mêmes sujets.

Je citerai encore ici une génération assez simple des sections coniques : *ces courbes sont les enveloppes de tous les cercles assujettis à avoir leurs centres sur une droite, et leurs rayons proportionnels aux distances de ces centres à un point fixe.* Le mode de génération est tellement simple qu'il suffit, dans le plus grand nombre de cas, d'avoir décrit quelques circonférences, pour avoir entièrement la forme de la section conique qui doit leur servir d'enveloppe. Cette génération ressort de la *nouvelle théorie des caustiques* que j'ai proposée dans le 3me volume des *Nouveaux Mémoires de l'Académie*, et dans laquelle je considère les caustiques ordinaires comme les développées d'autres courbes que l'on construit très-facilement.

---

(1) *Applications de géométrie et de mécanique*, vol. in-4°, chez Courcier, 1822.

MATHÉMATIQUES TRANSCENDANTES.

GÉOMÉTRIE.

Sur quelques applications de la théorie des polaires, par M. Dandelin, professeur à l'École Royale des Mines, à Liége.

Dans un Mémoire lu, il y a trois ans, à l'Académie Royale, j'ai tiré comme conséquence de la théorie des projections stéréographiques, un théorème assez élégant sur la position des foyers dans les sections d'un cône droit : j'ai démontré vers la même époque, que ce théorème existait non-seulement pour le cône, mais encore pour l'hyperboloïde, et en général pour toutes les surfaces de révolution du second ordre ; j'en ai conclu enfin, que toutes les courbes du genre des caustiques par réflexion des courbes du second degré, pouvaient être considérées comme les développées des courbes analogues, par leur génération, à la focale parabolique. Ces recherches, quoique de peu d'intérêt pour la science, ayant pourtant paru faire plaisir à quelques personnes, je vais consigner ici quelques résultats nouveaux de la même méthode.

Je conserverai les mêmes indices que dans mes Mémoires : ainsi C' désignera le centre du cercle c' sur le plan de projection ou le tableau, c sera, dans l'espace, le cercle dont la projection stéréographique est c', C sera son pôle, lequel pôle, comme on le sait, se projette en C'. Enfin, on voudra bien se

rappeler la signification que j'ai donnée aux mots *pôle*, *plan relatif à un pôle*, *courbes* et *surfaces polaires réciproques*, et il ne sera pas difficile de saisir les théorèmes suivans :

1. *Soit un cercle* f′ *dont le centre est en F′, un cercle* c′ *dont le centre est en C′, par rapport au cercle* f′, *la polaire réciproque du cercle C′ sera une courbe du second degré, dont un des foyers sera en F′* (*fig.* 43).

Imaginons une sphère tangente en F′ au plan du tableau, on pourra concevoir sur cette sphère deux cercles *f* et *c*, dont les projections stéréographiques seraient *f′* et *c′*, et dont les pôles seraient F et C. Cherchons maintenant quelle est la courbe polaire réciproque du cercle *c′*.

Pour cela, par l'extrémité S du diamètre de la sphère perpendiculaire au plan du tableau, concevons un cône passant par le cercle *c′* : il passera aussi par le cercle *c*. Ainsi les plans polaires relatifs aux points du cercle *c′*, passeront par les droites polaires relatives aux arrêtes du cône, dont la base est *c* et le sommet S ; or, toutes ces droites sont tangentes à l'intersection du cône tangent à la sphère suivant *c*, avec le plan tangent à cette même sphère en S, et cette intersection est visiblement une courbe du second degré, dont le foyer est en S, et dont le plan est parallèle au plan du tableau. D'une autre part, tous les plans polaires relatifs aux points du cercle *c′*, doivent passer par le point F′ ; ainsi la surface polaire relative au cercle *c′* est un cône dont le sommet est en F′, et dont la base est la courbe du second degré, dont nous venons de parler.

D'après cela, la courbe polaire réciproque du cercle *c′*, par rapport au cercle *f′*, étant la projection stéréographique de l'intersection du plan du cercle *f* avec la surface polaire réciproque du cercle *c′*, il est visible que cette projection sera semblable aux sections faites dans cette surface perpendiculairement au diamètre F′S, et par conséquent, sera une courbe du second degré dont le foyer sera quelque part sur ce diamètre à sa rencontre en F′ avec le plan du tableau.

Ce théorème donne de suite le moyen de résoudre directement le problème du cercle tangent à trois cercles donnés. En

effet, soient trois cercles a, b, c, dont les centres sont A, B, C. Le lieu des centres des cercles tangens à la fois aux cercles a et b, est une courbe m du second degré dont le foyer est en A : le lieu des centres des cercles tangens à la fois à a et c, sera une autre courbe du second ordre n, dont le foyer est aussi en A. Le problème se réduit à trouver l'intersection de m et de n. Or, si on prend par rapport au cercle a les polaires réciproques des courbes m et n, on aura deux cercles, et toute tangente commune à ces deux cercles, sera la polaire d'un point commun à la fois aux courbes m et n. Donc, on n'aura qu'à construire ces cercles, mener leurs tangentes communes, construire les pôles de ces tangentes, et le problème sera résolu.

On voit donc que le problème du cercle tangent à trois cercles est exactement du même ordre que celui de la tangente à deux cercles donnés. On peut faire la même observation sur le problème de la sphère tangente à quatre sphères.

On peut déduire facilement aussi de cette propriété la plupart de celles qui sont connues relativement aux courbes du second ordre : soit par exemple hht, la courbe polaire relative au cercle c (*fig.* 44) ; menons la droite Fma, et puis concevons que t soit la droite dont le pôle est a, d'abord cette droite t sera tangente à la courbe hht, et en outre, on aura par la définition même des polaires

$$\mathrm{F}mt = 90^{\circ} \text{ et } \overline{\mathrm{F}m} \times \overline{\mathrm{F}a} = \rho^2.$$

ρ étant ce rayon du cercle f.

Or la dernière de ces deux équations indique évidemment que, quelle que soit la position du point variable m, il est assujetti à se mouvoir sur un cercle qu'il est facile de déterminer ; donc, les perpendiculaires abaissées du foyer d'une courbe du 2e degré sur les tangentes, les coupent toutes sur la circonférence d'un même cercle : théorème dont on se sert avec avantage dans le tracé de l'épure des voûtes elliptiques.

On peut se servir de ce théorème pour résoudre le problème suivant :

Étant donnés cinq arrêtes d'un cône et un point fixe F, *construire le plan d'une section de ce cône, dont le foyer soit en* F.

Pour cela, imaginons une sphère dont ce centre soit en F : il est clair que sa surface polaire réciproque de la section cherchée, sera un cône droit à base circulaire : cela se déduit immédiatement de ce que nous venons de dire. Ce cône n'est pas connu ; mais, pour le déterminer, on observera qu'il doit être tangent aux droites polaires réciproques des cinq arrêtes données, et comme ces droites sont dans un même plan, lequel a pour pôle le sommet du cône. On construira d'abord une courbe du second degré tangente à ces cinq droites ; puis on déterminera un de ses foyers et son grand axe ; ensuite on choisira parmi les sphères qui touchent le plan de cette courbe à son foyer, celle qui aura pour rayon

$$\sqrt{\left(A+\frac{\varepsilon}{2}\right)\left(A-\frac{\varepsilon}{2}\right)}, \text{ ou } \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{2}+A\right)\left(\frac{\varepsilon}{2}-A\right)}$$

selon que la courbe sera une ellipse ou une hyperbole ; enfin on construira, d'après nos théorèmes, le cylindre tangent à cette sphère et passant par la courbe, et les arrêtes de ce cylindre seront perpendiculaires au plan de la section demandée.

On voit que ce problème répond à celui où il serait question de déterminer l'orbite d'un astre par cinq observations, lorsqu'on connaît le foyer de cet orbite, et qu'on peut supposer le lieu de l'observateur immobile. C'est ce qui arriverait dans le cas d'observations faites sur des étoiles tournant autour d'une étoile fixe, si de telles observations pouvaient se faire avec exactitude.

On pressent déjà comment on pourrait aborder la question plus importante et plus compliquée de la détermination graphique de l'orbite d'une planète ou d'une comète par cinq observations, et l'on voit que la seule différence provient de ce que

dans ce cas le lieu de l'observateur variant à chaque observation, ces cinq droites données ne sont plus sur un cône. Comme ce dernier problème est doublement intéressant sous le rapport de ses applications, et sous celui d'une généralisation assez singulière des théorèmes que nous avons donnés, nous y reviendrons une autrefois.

Ceux qui aiment ces sortes des recherches trouveront peut-être quelque agrément à étendre et à utiliser les résultats qu'on peut déduire des projections stéréographiques : j'avoue franchement que je verrais avec plaisir que quelques-uns des jeunes mathématiciens instruits, sortis de nos universités voulussent s'en occuper : les courbes et les surfaces du second degré jouissent de tant de propriétés utiles aux arts et à la mécanique, qu'il est toujours à espérer quelque résultat utile des recherches qui leur sont relatives.

ANALISE APPLIQUÉE A LA GÉOMÉTRIE.

Sur les propriétés des foyers dans les surfaces du second ordre; par M. Bobillier, professeur à l'École des Arts et Métiers de Châlons.

Soient x, y, z, les coordonnées courantes d'une surface de révolution du second ordre, rapportée à trois axes rectangulaires menés arbitrairement par l'un des foyers; soit aussi :

$$A+Bu+Cv+Dt=0$$

l'équation du plan directeur correspondant, ou, si l'on aime mieux, l'équation du plan polaire de ce foyer; les distan-

ces d'un point de la surface à l'origine et au plan directeur seront respectivement exprimées par

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2},$$

$$\pm\frac{A+Bx+Cy+Dz}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}};$$

or, on sait que ces distances sont constamment entr'elles dans un rapport invariable; en désignant donc ce rapport par ρ, on aura, pour l'équation générale des surfaces de révolution du second ordre données de foyers,

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\pm\rho\frac{A+Bx+Cy+Dz}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}};$$

ou bien, en posant

$$\frac{\rho A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=a,\frac{\rho B}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=b,$$

$$\frac{\rho C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=c,\frac{\rho D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=d,$$

et, en élevant au carré,

$$x^2+y^2+z^2=(a+bx+cy+dz)^2. \qquad (1)$$

On peut remarquer, en passant, que tout autre surface confocale aura une équation de la forme

$$x^2+y^2+z^2=(a'+b'x+c'y+d'z)^2;$$

et que si on la retranche de la précédente, l'équation résultante

$$(a + bx + cy + dz)^2 - (a' + b'x + c'y + d'z)^2 = 0,$$

que l'on peut écrire ainsi

$$[(a+a')+(b+b')x+(c+c')y+(d+d')z][(a-a')+(b-b')x+(c-c')y+(d-d')z] = 0,$$

appartiendra à une troisième surface renfermant la ligne de pénétration des deux premières ; d'où il suit que *plusieurs surfaces confocales du second ordre se pénètrent, deux à deux, suivant deux courbes planes*. (Connu).

L'équation du plan tangent au point $x'y'z'$ de la surface (1) étant

$$z - z' = \frac{dz'}{dx'}(x - x') + \frac{dz'}{dy'}(y - y');$$

celle du plan parallèle mené par l'origine sera évidemment

$$z = \frac{dz'}{dx'}x + \frac{dz'}{dy'}y; \qquad (2)$$

les coefficiens $\frac{dz'}{dx'}$, $\frac{dz'}{dy'}$ seront d'ailleurs déterminés par les deux équations différentielles partielles de la surface

$$\left.\begin{array}{l} x'dx' + z'dz' = (a + bx' + cy' + dz')(bdx' + ddz') \\ y'dy' + z'dz' = (a + bx' + cy' + dz')(cdy' + ddz'). \end{array}\right\} \quad (3)$$

Supposons que le point considéré ait pour rayon vecteur l'axe des z, ce qui ne particularisera en rien les résultats auxquels nous nous proposons de parvenir, attendu que les axes coordonnés ont été conduits arbitrairement par le foyer ; on aura le z de ce point, en posant dans (1) $x = 0$, $y = 0$; on trouvera ainsi

$$z^2 = (a + dz)^2 \text{ d'où } \pm z = a + dz.$$

En considérant donc le point qui correspond à la valeur positive du premier membre, il vient

$$x'=0,\ y'=0,\ z'=a+dz',$$

et par suite, les équations (3) se réduisent à

$$dz'=bdx'+ddz',\ dz'=cdy'+ddz',$$

d'où l'on tire aisément

$$\frac{dz'}{dx'}=\frac{b}{1-d},\qquad \frac{dz'}{dy'}=\frac{c}{1-d};$$

l'équation (2) devient par là

$$z=\frac{b}{1-d}x+\frac{c}{1-d}y; \qquad (4)$$

elle représente, comme on l'a vu plus haut, un plan mené par l'origine parallèlement au plan tangent en l'un des points dont le rayon vecteur est dirigé suivant l'axe des z.

Actuellement, il est visible que la section faite par ce plan dans la surface de révolution est exprimée par le système des équations (1) et (4); en éliminant donc la variable z, l'équation finale appartiendra à la projection de cette section sur le plan des xy. Or, cette équation est

$$(1-d)^2(x^2+y^2)+(bx+cy)^2=[a(1-d)+(bx+cy)]^2$$

ou, en réduisant,

$$x^2+y^2=\frac{2a}{1-d}(bx+cy)+a^2;$$

conséquemment, cette projection est une circonférence de cercle.

Il est connu que toutes les sections parallèles d'une surface du second ordre sont semblables, ainsi que leurs projections sur un plan quelconque; on sait d'un autre côté que les centres de ces sections sont situés sur le diamètre qui contient le point de contact de l'un des plans tangens qui leur est parallèle; on peut donc conclure de l'analise précédente ce théorème remarquable :

Si l'on joint les foyers d'une surface de révolution du second ordre à l'une des extrémités du diamètre qui passe par le centre d'une section plane quelconque, la projection de cette section sur un plan perpendiculaire à l'un ou à l'autre des rayons vecteurs est une circonférence de cercle.

Lorsque la surface est dépourvue de centre, l'un des rayons vecteurs est parallèle au grand axe; il s'ensuit donc que :

Toutes les sections planes d'un paraboloïde de révolution sont projetées suivant des cercles sur un plan perpendiculaire à l'axe.

Cette dernière propriété est démontrée dans la *Géométrie analitique* de M. BOURDON.

Nous ferons encore remarquer qu'en s'appuyant sur le théorème dont M. Dandelin a donné une nouvelle démonstration fort élégante à la page 11, tom. III, de la *Correspondance*, on a celui-ci :

Lorsque le point de vue est placé sur une surface de révolution du second ordre, et que le tableau se trouve parallèle au plan tangent en ce point, les perspectives des diverses sections planes de la surface sont projetées, suivant des cercles, sur un plan perpendiculaire à l'un ou à l'autre des rayons vecteurs qui passent par le point de vue (1).

Châlons, le 21 novembre 1827.

---

(1) Nous donnerons dans le prochain cahier un nouveau mémoire dans lequel M. *Bobilier* continue à démontrer des propriétés très curieuses des courbes du 2e degré. A. Q.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES.

ASTRONOMIE.

Nouvelle méthode pour calculer la latitude par deux hauteurs du soleil, prises hors du méridien, par M. LOBATTO.

§ I. Le problème dont nous allons entreprendre une nouvelle solution, est sans contredit un de ceux qui intéressent le plus l'astronomie nautique. Aussi depuis environ un demi-siècle, plusieurs géomètres et astronomes du premier ordre, ont cru devoir s'en occuper, afin de lui donner dans la pratique tout le degré de simplicité dont il est susceptible. Au temps de *Douwes*, les marins encore peu familiarisés avec les calculs trigonométriques, ne pouvaient guères obtenir leur latitude, qu'en attendant le passage du soleil ou d'une étoile dans le méridien. Pour leur faciliter les calculs à effectuer dans le cas de l'observation de deux hauteurs hors du méridien, et leur offrir ainsi un moyen plus généralement applicable, *Douwes* imagina sa méthode indirecte avec les tables y relatives (1). Elles furent suc-

(1) *Douwes* (Cornelis), examinateur des officiers de la marine hollandaise et l'un des mathématiciens les plus instruits de son pays, publia sa méthode pour la première fois dans les *Mémoires de la Société de Harlem*, pour l'année 1754. Elle fut commentée ensuite par *Pemberton*, dans les *Trans. Philos.* de 1766, et par le célèbre *Nieuwland*, dans un Mémoire inséré dans le 1er supplément au *Journal Astron. de Bode*. Une traduction hollandaise de cette pièce a été publiée séparément en 1800, avec des notes explicatives par le professeur *Van Beek Calkoen*.

cessivement répandues parmi la plupart des navigateurs européens, qui ne tardèrent pas à accueillir un semblable expédient. Cette méthode revient, comme l'on sait, à partir de la latitude estimée pour en déduire une autre plus approchée de la vraie, et qu'on emploie de nouveau pour parvenir à une seconde approximation plus exacte que la première. Aujourd'hui encore elle semble assez généralement prise en pratique sur mer. Cependant des doutes s'étant élevés plus tard, sur le degré de confiance qu'elle pouvait mériter dans toutes les circonstances, un examen rigoureux donna lieu à de graves objections. En effet, on prouva facilement, que lorsque la latitude et la déclinaison du soleil sont de même dénomination et peu différentes entre elles, ce qui arrive en naviguant entre les tropiques, la méthode cesse d'être convergente, et devient au contraire une source d'erreur, en ce que la latitude calculée s'écartera de plus en plus de la vraie. On sait d'ailleurs, que chaque fois que l'on se sera trompé de beaucoup dans son estime, il faudra faire au moins un second calcul pour être certain, à un petit nombre de minutes près : à la vérité, on pourra y suppléer par des tables de correction, telles que *Brinkley* en a données ; mais leur emploi exigera toujours une attention minutieuse et embarrassante dans la pratique. Ces défauts, qui ôtent à la méthode à la fois le mérite de l'exactitude et de la simplicité des calculs, auraient dû la faire abandonner depuis long-temps, et déterminer les marins à ne se servir que de l'une ou de l'autre méthode directe (1).

Parmi les astronomes modernes, *Delambre* surtout a traité cette matière à diverses reprises, en discutant scrupuleusement toutes les solutions directes et indirectes qu'on a proposées à cet effet, il en a conclu, qu'aucune d'elles ne pouvaient rem-

(1) Pour voir un exemple de prolixité de calcul dans la méthode de *Douwes*, dans le cas où une seconde approximation est insuffisante, on n'a qu'à consulter l'excellent *Traité de navigation*, par M. *Du Bourguet*, page 175.



placer avantageusement la solution ordinaire donnée par les formules trigonométriques, comme étant toujours plus courte et moins embarrassante qu'aucune de celles déduites de l'analise. Il prouve en outre que l'hypothèse d'une déclinaison constante admise dans plusieurs méthodes directes, ainsi que dans celle de *Douwes*, peut faire commettre sur la latitude, une erreur plus forte que le mouvement en déclinaison pendant l'intervalle des observations, et avoir par conséquent une influence sensible sur la latitude pendant une grande partie de l'année. Tout en partageant l'opinion de ce célèbre savant, sur une matière qui semblait déjà entièrement épuisée par ses divers travaux (1), nous allons néanmoins soumettre ici au jugement des astronomes et des navigateurs, une nouvelle méthode directe, plus simple dans la pratique que la solution trigonométrique ordinaire, et quoique également fondée sur l'hypothèse d'une déclinaison moyenne constante, elle n'en sera pas moins exacte dans la pratique, puisque nous indiquerons en même temps un moyen aussi simple que sûr, pour corriger à quelques secondes près, l'erreur qui en résultera sur la latitude trouvée.

§ II. Soient donc (*fig.* 45) Z, le zénith; P, le pôle et S, S', les lieux du soleil lors des observations. Supposons que les hauteurs soient prises toutes deux avant midi, et ainsi du même côté du méridien, qu'en outre la déclinaison soit de même dénomination que la latitude du lieu. Nommons H la première ou la plus petite, et H' la seconde ou la plus grande des deux hauteurs vraies du centre du soleil, u, u', les angles horaires correspondans, $2p$ l'intervalle de temps entre les observations ou $u'-u$; D la déclinaison moyenne du soleil, regardée comme constante, et L la latitude inconnue.

Soit encore $u'+u=2x$, ou bien $u=x+p$ et $u'=x-p$.

---

(1) Voyez les *Connais. des temps*, des années 1809, 1811, 1817 et 1822.

Les triangles sphériques S'ZP, SZP donnent les équations

$$\text{Sin. } H' = \cos. L \cos. D \cos. (x - p) + \sin. L \sin. D \text{.......... (1).}$$

$$\text{Sin. } H = \cos. L \cos. D \cos. (x + p) + \sin. L \sin. D \text{.......... (2).}$$

Prenant la somme et la différence de ces deux équations, on obtiendra

$$\text{Sin. } H' + \sin. H = 2 \cos. L \cos. D \cos. x \cos. p + 2 \sin. L \sin. D \text{ (3).}$$

$$\text{Sin. } H' - \sin. H = 2 \cos. L \cos. D \sin. x \sin. p \text{.................... (4).}$$

Ou ce qui revient au même

$$\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(H'+H) \cos. \tfrac{1}{2}(H'-H)}{\cos. D \cos. p} = \cos. L \cos. x + \frac{\sin. L \operatorname{tang}. D}{\cos. p.} \text{ (5)}$$

$$\frac{\text{Sin. } \tfrac{1}{2}(H'-H) \cos. \tfrac{1}{2}(H'+H)}{\cos. D \sin. p} = \cos. L \sin. x \text{...................... (6)}$$

Le premier membre de cette dernière équation étant une quantité connue et plus petite que l'unité, nous la désignerons par sin. α, de manière que nous aurons sin. α = cos. L sin. x d'où il suit $\sin. x = \frac{\sin. \alpha}{\cos. L}$ .... (7)

et par conséquent,

$$\text{Cos. } L \cos. x = \sqrt{[\cos.^2 L - \sin.^2 \alpha]} = \sqrt{[\cos.^2 \alpha - \sin.^2 L]},$$

ce qui changera l'équation (5) en celle-ci :

$$\frac{\text{Sin. } \tfrac{1}{2}(H'+H) \cos. \tfrac{1}{2}(H'-H)}{\cos. p \cos. D} = \sqrt{[\cos.^2 \alpha - \sin.^2 L]} + \frac{\sin. L \operatorname{tang}. D}{\cos. p.}$$

d'où il s'agit maintenant de tirer la double valeur de L.

A cet effet, posons d'abord pour simplifier, $\frac{\text{tang. D}}{\text{cos. } p.} = \text{cot. } \mu$, (9)

et mettons ensuite sin. L = cos. α cos. φ, afin de faire disparaître la quantité irrationnelle qui entre dans l'équation précédente, celle-ci deviendra, après avoir été divisée par cos. α,

$$\frac{\text{sin.}\,{}^1\!/_2(\text{H}'+\text{H})\,\text{cos.}\,{}^1\!/_2(\text{H}'-\text{H})}{\text{cos.}\,p\,\text{cos. D cos.}\,\alpha} = \text{sin.}\,\varphi + \text{cos.}\,\varphi\,\text{cot.}\,\mu = \frac{\text{cos.}\,(\varphi-\mu)}{\text{sin.}\,\mu}$$

donc l'angle inconnu φ sera entièrement déterminé par l'équation

$$\text{cos.}\,(\varphi-\mu) = \frac{\text{sin.}\,\mu\,\text{sin.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'+\text{H})\,\text{cos.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'-\text{H})}{\text{cos.}\,p\,\text{cos. D cos.}\,\alpha}$$

$$= \frac{\text{cos.}\,\mu\,\text{sin.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'+\text{H})\,\text{cos.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'-\text{H})}{\text{sin. D cos.}\,\alpha}$$

en vertu de la formule (9).

Mais on pourra encore simplifier celle-ci en observant que

$$\text{sec.}\,\mu = \sqrt{(1+\text{tang.}^2\mu)} = \sqrt{(1+\text{cos.}^2 p\,\text{cot.}^2\text{D})} = \frac{1}{\text{sin.D}}\sqrt{[\text{sin.}^2\text{D}+\text{cos.}^2 p\,\text{cos}^2\text{D}]}$$

$$= \frac{1}{\text{sin. D}}\sqrt{[1-\text{cos.}^2\,\text{D sin.}^2\,p]}$$

ou en faisant cos. D sin. p = sin. β, β étant un nouvel angle auxiliaire, il viendra

$$\text{sin. D sec.}\,\mu = \text{cos.}\,\beta\,; \qquad \text{donc cos.}\,\mu = \frac{\text{sin. D}}{\text{cos.}\,\beta}, \text{ et}$$

$$\text{cos.}\,(\varphi-\mu) = \frac{\text{sin.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'+\text{H})\,\text{cos.}\,{}^1\!/_2\,(\text{H}'-\text{H})}{\text{cos.}\,\alpha\,\text{cos.}\,\beta} \ldots\ldots (10)$$

Cette équation donnera un cosinus qui appartiendra à un arc

d'un double signe, ce qui fournira deux valeurs différentes pour l'angle φ, et par conséquent, aussi pour la latitude L, ainsi qu'on devait s'y attendre.

La solution du problème est donc renfermée dans le système des formules suivantes (1).

1° $\sin. \beta = \cos. D \sin. p$

2° $\cos. \mu = \frac{\sin. D}{\cos. \beta}$

3° $\sin. \alpha = \frac{\sin. \frac{1}{2}(H' - H) \cos. \frac{1}{2}(H' + H)}{\sin. \beta}$

4° $\cos.(\varphi - \mu) = \frac{\sin. \frac{1}{2}(H' + H) \cos. \frac{1}{2}(H' - H)}{\cos. \alpha \cos. \beta}$

5° $\varphi = \mu \pm (\varphi - \mu)$

6° $\sin. L = \cos. \alpha \cos. \varphi.$

Remarquons ici qu'en faisant les observations après le passage au méridien, on aura toujours $H' < H$, ce qui donne pour α un arc négatif; mais cos. α restant positif, le calcul sera le même comme dans le cas de $H' > H$. Cette circonstance pourra également avoir lieu, lorsque les observations sont faites de différens côtés du méridien.

§ III. Il est facile de voir que le choix du signe ambigu de l'angle $\varphi - \mu$, pour obtenir la latitude qui convient aux circonstances, n'est guère douteux. En effet, comme nous avons supposé la latitude et la déclinaison de même dénomination, et toutes les deux positives, il est évident que la valeur de cos. φ, qui seule détermine le signe de L, sera également positive; par conséquent celui des angles φ qui surpasse 90°, devra être

(1) J'avais déjà publié ces formules en 182..., dans les *OEuvres de la Société Mathématique* établie à Amsterdam, sous la devise : *Een onvermoeide arbeid komt alles te boven.*

rejeté, c'est-à-dire qu'on se bornera au signe inférieur de $(\varphi - \mu)$. Si au contraire la déclinaison et la latitude sont de dénomination différente, ce qui est généralement connu d'avance, la dernière sera négative, puisque nous considérons la première comme toujours positive; il faudra alors rejeter la valeur de φ moindre que 90°, et se borner au signe supérieur de $(\varphi - \mu)$. Cette règle, très-simple suffira en général pour faire éviter le double calcul de la latitude. Il peut arriver cependant que chacune des deux valeurs de l'angle φ soit $< 90°$; dans ce cas, comme le choix en devient incertain, on ne pourra se dispenser de calculer les deux latitudes, afin d'en prendre celle qui s'approche le plus de l'estime; ce moyen pourra même devenir insuffisant, si en outre les latitudes calculées diffèrent peu entre-elles, ou s'écartent presque également de l'estime. C'est alors qu'il faudra déterminer le choix par le calcul des angles horaires ou des azimuths, lors des observations. Mais ces cas sont assez rares, et aucune méthode ne peut fournir une règle sûre pour lever l'incertitude qu'ils présentent. Quant au calcul des angles horaires, notre solution le donne immédiatement, puisque après avoir déterminé α et L, on a

$$\sin. x = \frac{\sin. \alpha}{\cos. L}, \quad u = x + p, \quad u' = x - p.$$

§ IV. Avant de montrer une application de nos formules, évaluons d'abord l'effet produit sur la latitude par la supposition d'une déclinaison moyenne constante, afin de pouvoir le corriger en tout temps.

Soient δ, δ' les déclinaisons vraies du soleil, lors des observations, et admettons que $\delta' > \delta$, c'est-à-dire que la déclinaison, soit boréale soit australe, aille en augmentant; on aura

$$D = \frac{\delta + \delta'}{2}, \quad dD = \frac{\delta' - \delta}{2}$$

par conséquent l'erreur dD sera négative à la première, et positive à la seconde observation.

Différencions l'équation relative à la plus grande hauteur

$$\sin. H' = \cos. L \cos. D \cos. u' + \sin. L \sin. D$$

seulement par rapport aux variables U, D, L, il viendra

$$0 = \cos. L \cos. D \sin. u'\, du' + (\cos. L \sin. D \cos. u' - \sin. L \sin. D)\, dD$$
$$+ (\cos. D \cos. u' \sin. L - \sin. D \cos. L)\, dL$$

ou bien après avoir divisé par cos. L cos. D,

$$\sin. u'\, du' = (\tang. L - \tang. D \cos. u')\, dD - (\cos. u' \tang. L - \tang. D)\, dL.$$

On aura pareillement, en différentiant, la formule qui exprime la plus petite hauteur, et en observant que dD devra être prise alors avec un signe contraire

$$\sin. u\, du = (\tang. D \cos. u - \tang. L)\, dD - (\cos. u \tang. L - \tang. D)\, dL.$$

Si l'on multiplie la première de ces équations par sin. u, et la seconde par sin. u', afin d'éliminer la différentielle du, il viendra en prenant la différence des produits

$$[(\sin. u + \sin. u') \tang. L - \sin. (u + u') \tang. D]\, dD =$$
$$[\sin. (u - u') \tang. L - (\sin. u - \sin. u') \tang. D]\, dL;$$

ou puisque

$$\sin. u + \sin. u' = 2 \sin. x \cos. p, \quad \sin. u - \sin. u' = 2 \cos. x \sin. p,$$
$$\sin. (u + u') = 2 \sin. x \cos. x, \quad \sin. (u - u') = 2 \sin. p \cos. p.$$

La relation précédente se changera, au moyen de ces substitutions, en

$$\sin. x [\cos. p \tang. L - \cos. x \tang. D]\, dD =$$
$$[\cos. p \tang. L - \cos. x \tang. D] \sin p\, dL;$$

donc en supprimant le facteur commun aux deux nombres de cette équation, on parvient de suite à

$$\sin.x dD = \sin.p dL, \quad \text{ou} \quad dL = \frac{\sin.x}{\sin.p} dD = \frac{\sin.\alpha}{\cos.L \sin.p} dD \ldots (11)$$

ou bien encore

$$dL = \frac{\sin.\,{}^1/_2\,(u + u')}{\sin.\,{}^1/_2\,(u - u')} dD \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

formules très-simples à calculer au moyen de la latitude trouvée ou des angles horaires (1).

§ V. Voici d'ailleurs une construction géométrique qui nous donnera le même résultat, sans recourir au calcul différentiel :

Soit P (*fig.* 46) le pôle vrai, et P′ celui que donne l'hypothèse d'une déclinaison moyenne constante, c'est-à-dire que $P'S = P'S' = \frac{PS + PS'}{2} = 90^\circ - D$. Or δ' étant supposé $> \delta$, PS′ sera $<$ PS, et l'on aura immédiatement $PS = P'S + dD$; $PS' = P'S - dD$. Faisons passer un arc de grand cercle ZP′ par le zénith et le pôle P; L P sera le complément de la latitude calculée, et la différence entre les arcs ZP, ZP′ désignera l'erreur commise sur la latitude. Décrivons maintenant des points Z, S, comme centres avec des rayons égaux aux cordes des arcs ZP, SP, de petits arcs de cercle P*t*, P*q*, dont le dernier rencontre en *q* le prolongement de SP; il est évident qu'alors

(1) Cette dernière formule a été donnée, pour la première fois, par M. *Van Tuyl van Serooskerken*, docteur en sciences, dans une savante dissertation publiée en 1823, et intitulée : *Disputatio mathematica inauguralis de latitudine ex observatis duabus astrorum altitudinibus computanda*, dans laquelle il discute avec beaucoup de sagacité, presque toutes les solutions tant directes qu'indirectes du problème dont il s'agit.

$P't$ sera la valeur de dL et $P'q$ celle de dD. Or les arcs Pt, Pq pouvant être considérés comme étant respectivement perpendiculaires à ZP, ZP′ et à SP, SP′, l'angle tPq, sera égal à l'angle $ZPS = u$; les triangles rectangles $PP't$, $PP'q$, donneront

$$P't = dL = PP' \sin. P'Pt = PP' \sin. (u - P'Pq)$$

$$PP' \cos. PP'q = Pq = \cos. D \sin. PSq$$

$$PP' \sin. PP'q = P'q = dD.$$

Au moyen de ces dernières équations, la première deviendra

$$dL = \sin. u \cos. D \sin. PSP' - \cos. u \times dD;$$

Équation qui rétablit la relation entre les erreurs produites dans le calcul du triangle ZSP; mais on aura de même par le triangle ZS′P, en observant que l'angle PS′P′ peut être égal à PSP′

$$dL = \sin. u' \cos. D \sin. PSP' + \cos. u' \times dD$$

Multipliant la première par sin. u', et la seconde par sin. u, et prenant la différence, il en résultera

$$(\sin. u - \sin. u')\, dL = \sin. (u + u')\, dD$$

donc

$$dL = \frac{\sin. (u + u')}{\sin. u - \sin. u'} dD = \frac{\sin. {}^1/_2 (u + u')}{\sin. {}^1/_2 (u - u')} dD$$

la même formule que ci-dessus.

Ainsi en supposant, comme nous l'avons fait, que les hauteurs aient été prises toutes les deux avant midi, c'est-à-dire que les angles u, u', soient positifs, et que la déclinaison

augmente, dL exprimera la quantité qu'il faudra ajouter à la latitude calculée pour obtenir la vraie. La correction est donc *additive* dans ce cas; elle serait *soustractive*, si les hauteurs avaient été prises de l'autre côté du méridien, l'angle x ou $\frac{u+u'}{2}$ changeant alors de signe, sans que p ou $\frac{u-u'}{2}$ devienne négatif. Mais en prenant les hauteurs de différens côtés du méridien, l'angle u' étant alors négatif, la formule se change en

$$dL = \frac{\sin. \frac{1}{2}(u-u')}{\sin. \frac{1}{2}(u+u')} dD \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Dans ce cas, la correction est *additive* ou *soustractive*, selon que $u >$ ou $< u'$, la déclinaison étant toujours supposée croissante, l'inverse aura lieu lors d'une déclinaison contraire. Les mêmes conséquences auraient pu être déduites de la formule (11).

La formule (12) indique :

1° Que l'erreur sur la latitude sera d'autant moindre que u' sera plus grand, surtout lorsque le mouvement en déclinaison sera peu considérable, et qu'elle deviendra nulle lorsque les observations auront été faites à un même intervalle de temps avant et après midi ;

2° Que dL sera $>$ ou $<$ dD selon que les observations sont faites du même côté ou de différens côtés du méridien ;

3° Qu'en conséquence, pour les mêmes intervalles de temps, l'erreur dD qui croît proportionnellement au temps, donnera une moindre erreur sur la latitude dans le dernier que dans le premier cas. Les observations faites, de différens côtés du méridien, sont ainsi préférables sous ce rapport.

On peut facilement indiquer les limites de l'erreur sur la latitude dans les circonstances les plus défavorables de l'année, c'est-à-dire aux temps des équinoxes, ou lorsque le mouvement en déclinaison s'élève à peu près à une minute par heure ; dans ce cas la quantité dD sera exprimée en autant de minutes que le demi-intervalle de temps p le sera en heures. Ainsi en désignant

par m le rapport de dD à p, la formule pour la correction pourra être mise sous la forme

$$dL = m \times \frac{\sin. \frac{1}{2}(u + u')}{\sin. \frac{1}{2}(u - u')} \times \frac{1}{2}(u - u')$$

Or, l'arc $u + u'$ surpassant toujours $u - u'$ quand les observations sont de même espèce, on aura

$$\frac{\sin. \frac{1}{2}(u + u')}{\sin. \frac{1}{2}(u - u')} < \frac{u + u'}{u - u'}$$

donc

$$dL < m \times \frac{1}{2}(u + u') \text{ et } > \frac{1}{2}(u - u').$$

On trouve les mêmes limites lorsque les observations sont de différente espèce, cas qui donne $u + u' < u - u'$. Par conséquent le nombre de minutes auquel dL pourra s'élever, en supposant le mouvement du soleil égal à une minute par heure, sera toujours compris entre le demi-intervalle p et le milieu du temps $\frac{u + u'}{2}$, chaque heure étant prise pour une minute, et en général si ce mouvement n'est que de m' secondes par heure, les mêmes limites auront lieu, en comptant pour chaque heure, un nombre m' de secondes.

§ VI. Nous allons donner maintenant une application de nos formules, pour faire juger de la facilité qu'elles offrent dans la pratique. Prenons à cet effet l'exemple calculé de différentes manière par *Delambre*, (*voyez* la *Connaissances des Temps* de 1817). Soit pris $L = 48° 50'$; le premier angle horaire après midi de 30° et le second de 75°; les déclinaisons respectivement 8° 15′ et 8° 18′, le calcul donnera pour la première hauteur $H = 42° 14' 9''$, et pour la seconde ou $H' = 16° 5' 49''$; la latitude et la déclinaison étant de même dénomination.

Les données sont ici $D = \frac{1}{2}[8° 18' + 8° 15'] = 8° 16' 30''$, $dD = \frac{1}{2}[8° 18' - 8° 15'] = 1' 30''$, $p = 22° 30'$, $H = 42° 14' 9''$, $H' = 16° 5' 49''$.

On pourra disposer le calcul de la manière suivante :

$D = 8°\ 16'\ 30''$		cos. 9,9954547	sin. 9,1581345
$p = 22°\ 30'$		sin. 9,5828397	cos. β 9,9663857
$H = 42.14.9$		sin. β 9,5782944	cos. μ 9,1917488
$H' = 16.5.47$		C. 0,4217056	$\mu = 81°\ 3'\ 14''$
$H+H' = 58.19.56$	$28°\ 9'\ 58''$	cos. 9,9411189	sin. 9,6878350
$H-H' = 26.8.22$	$13°\ 4'\ 11''$	sin. 9,3543709	cos. 9,9886016
		sin. α 9,7171954	sec. β 0,0336143
		cos. α 9,9310990	sec. α 0,0689010
		cos. φ 9,9459226	cos. $(\varphi-\mu)$ 9,7789519
		sin. L 9,8770216	$(\varphi-\mu) = \pm 53°\ 3'\ 3''$
		$L = 48°53'6''5$	$\mu = 81°3'14''$
			$\varphi = 28°0'11''$

Nous avons omis la valeur de φ, donnée par le signe supérieur, puisque L devant être positive, φ ne peut être un angle obtus. Il nous reste encore à évaluer la correction dL à apporter à la latitude trouvée par le calcul précédent ; pour cela, en faisant usage de la formule $dL = \frac{\sin. \alpha}{\cos. L \sin. p} dD$, on voit qu'elle sera *soustractive* puisque α est négatif et dD positif, et l'on aura le petit calcul suivant

$dD = 90''$	Log.	1,95424
	sin. α	9,71719
	cos. L	0,18204
	sin. p. C	0,41716
		2,27063

Log. $186''5 = 3'\ 6''\ 5$

$L = 48°\ 53'\ 6''\ 5$

Donc la vraie latitude égale $48°\ 50'$

On a pour le calcul des angles horaires d'après la formule

$$\sin. x = \frac{\sin. \alpha}{\cos. L}$$

$$\begin{array}{lrl} \sin. \alpha & = & 9{,}7171954 \\ \cos. L & = & 9{,}8179424 \\ \hline \sin. x & & 9{,}8992530 \\ & & x = 52.27.50 \\ & & p = 22.30. \\ \hline \text{donc} & & x + p = 74.57.50 \\ & & x - p = 29.57.50 \end{array}$$

On voit par ce qui précède que le calcul de la latitude n'exige que la recherche de treize logarithmes dont six se trouvent d'ailleurs deux à deux à la même page des tables des sinus, sans qu'on ait besoin de recourir à des tables particulières. Quant à celui de la correction dD, il n'exige que trois logarithmes de plus, ceux de sin. p et de sin. α étant déjà trouvés. Mais on pourra même se dispenser d'effectuer ce dernier calcul, au moyen de la table placée à la fin de ce mémoire, et que nous avons dressée à cet effet. Elle donne immédiatement la valeur de dL, d'après celle de dD, et les angles horaires u et u' connus, soit par le calcul, soit approximativement par la montre. Les demi-intervalles p y sont portés dans la première colonne verticale, par quarts d'heure, depuis un demi jusqu'à trois heures ; ce qui suffira pour les cas qui se présentent ordinairement dans la pratique. Les valeurs de u indiquées en tête de la table se succèdent également par quarts d'heure jusqu'à 6 ½ heures. Les variations dD sont prises depuis 30″ jusqu'à 3′, avec des différences de 30″, ce qui donne lieu aux six divisions de la table. On remarquera que dans la seconde, les valeurs de p ne commencent qu'avec 1^h, vu que l'erreur $dD = 1'$ ne pourra, même lors des équinoxes, convenir à un intervalle de temps au-dessous de 1^h ; ceci est également applicable aux autres divisions de la table. Pour des valeurs intermédiaires de dD,

on prendra sans peine des parties proportionnelles de dL.

L'inspection de notre table, qui suppose la variation dD prise positivement, montre en outre que si $p > u$, c'est-à-dire lorsque les observations sont de différente espèce, et qu'en même temps le second angle horaire u' surpasse le premier u, la correction aura le signe négatif, et qu'elle ne sera positive que lorsque $u > p$, ce qui aura toujours lieu quand les observations seront faites avant midi. On aura seulement soin de prendre le signe contraire à celui que la table indique :

1° Dans le cas où les hauteurs sont prises après le passage au méridien, et, 2° lorsque la variation dD est prise négativement, c'est-à-dire pendant le temps que la déclinaison boréale ou australe diminue d'un jour à l'autre.

L'emploi de cette table ne pourra ainsi causer aucun embarras, pour connaître le sens dans lequel la correction doit être portée en compte : et en supposant les observations faites sans erreur sensible, elle donnera toujours la latitude exacte à un très-petit nombre de secondes près; nous nous en servirons par conséquent dans les applications qui suivront encore.

§ X. Nous ne devons pas omettre de faire remarquer encore une légère simplification qui résulte, pour la pratique, en employant la méthode exposée ci-dessus. Voici en quoi elle consiste: Les formules données par les autres solutions directes, exigent que chacune des hauteurs observées ou apparentes, soit réduite séparément à la hauteur vraie du centre du soleil, afin de pouvoir y appliquer les calculs. Notre méthode dispense le marin d'effectuer cette double réduction; car, désignant par hh', les hauteurs apparentes du bord inférieur ou supérieur, et nommant ainsi qu'il suit les divers élémens qui entrent dans la réduction des hauteurs, savoir :

Le demi-diamètre du soleil	=	$\frac{1}{2} d$
La réfraction-parallaxe à la 1re observation	=	r
. . . . 2e idem.	=	r'
La dépression de l'horizon	=	Δ
L'erreur de l'instrument	=	e

on aura $\text{H} = h \pm {}^1/_2 d - \Delta - r + e$, $\text{H}' = h' \pm {}^1/_2 d - \Delta - r' + e$,

donc $${}^1/_2 (\text{H} + \text{H}') = \frac{h + h'}{2} \pm \frac{d}{2} - \Delta - \left(\frac{r + r'}{2}\right) + e$$

et $${}^1/_2 (\text{H}' - \text{H}) = \frac{h' - h}{2} - \left(\frac{r - r'}{2}\right)$$

Or, en employant une (réfraction - parallaxe) moyenne, $\frac{r + r'}{2} = \text{R}$, et négligeant la différence ${}^1/_2 (r - r')$, qui ne s'élèvera en général qu'à un petit nombre de secondes, il en résulte que les corrections à faire portent uniquement sur $\left(\frac{\text{H} + \text{H}'}{2}\right)$ en y appliquant la réfraction moyenne comme une seule hauteur, attendu que les quantités H, H′ n'entrent pas isolément dans nos formules.

§ XI. Nous terminerons par faire voir encore comment, au moyen de quelques-unes de nos formules, on pourra traiter le cas où il s'agit d'obtenir la latitude par l'observation de trois hauteurs successives du soleil ou d'une étoile, et les intervalles écoulés.

A cet effet, nommons H″ la troisième hauteur, u'' le troisième angle horaire; soit ${}^1/_2 (u' + u'') = p'$ ou le demi-intervalle temps entre la deuxième et la troisième observation. La formule 6 du § I donne la proportion

$$\sin. x : \sin. x' = \frac{\sin. {}^1/_2 (\text{H}' - \text{H}) \cos. {}^1/_2 (\text{H}' + \text{H})}{\sin. {}^1/_2 (\text{H}'' - \text{H}') \cos. {}^1/_2 (\text{H}'' + \text{H}')} \times \frac{\sin. p}{\sin. p'}$$

Désignons cette fraction par cot. ψ, il viendra

$$\sin. x : \sin. x' = 1 : \text{tang. } \psi,$$

ou bien

$$\text{tang.}\left(\frac{x+x'}{2}\right):\text{tang.}\left(\frac{x-x'}{2}\right)=1+\text{tang.}\,\psi:1-\text{tang.}\,\psi=\text{tang.}(45^\circ+\psi):1$$

donc

$$\text{tang.}\left(\frac{x+x'}{2}\right)=\text{tang.}\left(\frac{x-x'}{2}\right)\times\text{tang.}(45^\circ+\psi).$$

Or, faisant attention que l'angle horaire $x'+p'$ est le même que celui exprimé par $x-p$, il en résulte que $x-x'=p+p'$. Cette équation se vérifie d'ailleurs en substituant à la place de x, x' leurs valeurs $\frac{1}{2}(u+u')$, $\frac{1}{2}(u'+u'')$.

Laformule précédente devient alors

$$\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(x+x')=\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(p+p')\,\text{tang.}\,(45^\circ+\psi),$$

au moyen de laquelle les angles x, x', et, par conséquent, les angles horaires, seront connus.

Si l'on suppose la déclinaison D, donnée en même temps, la latitude se calcule immédiatement par l'une des deux formules § II.

$$\text{Cos. L}=\frac{\text{sin.}\,\frac{1}{2}(\text{H}'-\text{H})\,\text{cos.}\,\frac{1}{2}(\text{H}'+\text{H})}{\text{cos. D sin}\,p\,\text{sin.}\,x}$$

$$\text{cos. L}=\frac{\text{sin.}\,\frac{1}{2}(\text{H}''-\text{H}')\,\text{cos.}\,\frac{1}{2}(\text{H}''+\text{H}')}{\text{cos. D sin.}\,p'\,\text{sin.}\,x'}.$$

Mais le problème est également déterminé sans connaître la déclinaison; voici comment on pourra alors calculer ce dernier élément et la latitude à la fois :

L'équation

$$\text{sin. H}'=\text{cos. L cos. D cos.}\,(x-p)+\text{sin. L sin. D}$$

donne

$$\sin. H' = \cos.(L-D) - 2\cos. L \cos. D \sin.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right)$$

$$= -\cos.(L+D) + 2\cos. L\cos. D \sin.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right).$$

Mettant

$$\cos. L \cos. D = \frac{\sin. \frac{1}{2}(H'-H) \cos. \frac{1}{2}(H'+H)}{\sin. p \sin. x} = M$$

il viendra

$$\cos.(L-D) = 2M \sin.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right) + \sin. H'$$

$$\cos.(L+D) = 2M \cos.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right) - \sin. H'.$$

Pour rendre ces formules propres au calcul logarithmique, soustrayons-les chacune de l'unité, après avoir posé $H' = 90 - h$: il viendra

$$\sin.^2 \tfrac{1}{2}(L-D) = \sin.^2 \tfrac{1}{2} h - M \sin.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right)$$

$$\sin.^2 \tfrac{1}{2}(L+D) = \cos.^2 \tfrac{1}{2} h - M \cos.^2 \left(\frac{x-p}{2}\right).$$

Si maintenant nous faisons

$$\frac{\sin. \left(\frac{x-p}{2}\right)}{\sin. \frac{1}{2} h} \times \sqrt{M} = \cos. \lambda, \quad \frac{\cos. \left(\frac{x-p}{2}\right)}{\cos. \frac{1}{2} h} \times \sqrt{M} = \sin. \lambda',$$

nous aurons enfin

$$\sin. \tfrac{1}{2}(L-D) = \sin. \tfrac{1}{2} h \sin. \lambda, \quad \sin. \tfrac{1}{2}(L+D) = \cos. \tfrac{1}{2} h \cos. \tfrac{1}{2} \lambda'$$

d'où l'on déduit facilement les valeurs de L et de D.

On peut encore y parvenir par un autre procédé, mais qui ne s'applique qu'au cas où l'on aurait sin. $H' < M$.
En effet, il suit de l'équation

$$\sin. H' = \cos. L \cos. D \cos. (x - p) + \sin. L \sin. D$$

en posant

$$\frac{\sin. H'}{\cos. L \cos. D} = \frac{\sin. H'}{M} = \cos. z$$

$$\text{tang.} L \,\text{tang.} D = \cos. z - \cos. (x-p) = 2 \sin. \left(\frac{x-p}{2} + \frac{z}{2}\right) \sin. \left(\frac{x-p}{2} - \frac{z}{2}\right) = \cos. z'$$

z' étant un second angle auxiliaire; donc

$$\cos. (L - D) = M (1 + \text{tang.} L \,\text{tang.} D) = M (1 + \cos. z') = 2 M \cos.^2 \tfrac{1}{2} z'$$

et

$$\cos. (L + D) = M (1 - \text{tang.} L \,\text{tang.} D) = M (1 - \cos. z') = 2 M \sin.^2 \tfrac{1}{2} z'$$

Ces dernières formules, outre qu'elles sont moins générales que les précédentes, n'en sont pas plus expéditives, vu qu'elles exigent la recherche d'un logarithme de plus; ainsi il sera préférable de s'en tenir toujours aux premières.

Nous allons en montrer une seule application à l'exemple suivant :

Soient $H = 52° \, 33'$, $H' = 62° \, 29' \, 50''$, $H'' = 67° \, 15' \, 30''$: Les intervalles de temps

$$2p = 0^h. \, 57' \, 28'' = 14° \, 22'. \text{ ou } p = 7° \, 11''$$

$$2p' = 0. \, 32. \, 40 = 8. \, 10 \quad - p' = 4 \quad 5$$

$$\tfrac{1}{2} (p + p') = 5° \, 38'$$

On cherchera d'abord l'angle auxiliaire Ψ par la formule

$$\text{tang. } \psi = \frac{\sin. \tfrac{1}{2}(H'' - H') \cos. \tfrac{1}{2}(H'' + H')}{\sin. \tfrac{1}{2}(H' - H) \cos. \tfrac{1}{2}(H' + H)} \times \frac{\sin. p}{\sin. p'}$$

$H' =$ 62. 29. 50			
$H =$ 52. 33			
$H' + H =$ 115. 2. 50	57. 31. 25	cos.	9,7299354
$H' - H =$ 9. 56. 50	4. 58. 25	sin.	8,9380036
$p =$ 7. 11.	. . . .	C sin.	0,9829349
			9,5708739 (A)
$H'' =$ 67. 15. 30		C	0,4291261
$H' =$ 62. 29. 50	$p' = 4^\circ\, 5'$....	C sin.	1,1474755
$H'' + H' =$ 129. 45. 20	64. 52. 40	cos.	9,6279295
$H'' - H' =$ 4. 45. 40	2. 22. 50	sin.	8,6184307
			9,8229618 tang. ψ

$\psi =$ 33. 37. 56		
$\psi + 45^\circ =$ 78. 37. 56	tang.	0,6966955
$\tfrac{1}{2}(p + p') =$ 5. 38.	tang.	8,9940454
	tang. $\left(\frac{x + x'}{2}\right)$	9,6907409

$\tfrac{1}{2}(x + x') = 26.\ 8,\quad \tfrac{1}{2}(x - x') = 5.38$

$x = 31.46,\qquad x' = 20.30$

ce qui donne, pour les angles horaires,

$x + p = 38^\circ\, 57' = 2^h.\ 35'.\ 48''$

$x - p = 24.\ 35 = 1.\ \ 38.\ \ 20$

$x' - p' = 16.\ 25 = 1.\ \ \ 5.\ \ 40$

Pour avoir le logarithme de la quantité M, on n'aura qu'à

soustraire celui de sin. x, de la somme (A) indiquée ci-dessus :

(A) 9,5708739	$h = 90 - H' = 27^\circ\ 30'\ 10''$
sin. x 9,7213664	$\frac{h}{2} = 13.\ 45.\ 5$
log. M 9,8495075	
long. M $^1/_2$ 9,9247537.	9,9247537
$\frac{x-p}{2}$ sin. 9,3281518.	cos. 9,9899286
9,2529855	9,9146823
$\frac{h}{2}$ sin. 9,3760464	cos. 9,9873696
cos. λ 9,8768591	sin. λ' 9,9273127
sin. λ 9,8181560	cos. λ' 9,7270212
$\frac{h}{2}$ sin. 9,3760464	cos. 9,9873696
sin. $\left(\frac{L-D}{2}\right)$ 9,1942024	sin. $\left(\frac{L+D}{2}\right)$ 9,7143908
$^1/_2$ (L—D) = 8.59.50	$^1/_2$ (L + D) = 31. 12. 11
L = 40.12. 1	D = 22. 12. 21

Le problème que nous venons de traiter, a déjà été l'objet des recherches de plusieurs géomètres et astronomes modernes. Parmi les diverses solutions qui en ont été données, celle exposée par M. *Dubourguet*, dans son *Traité de navigation*, est sans doute une des plus simples et des plus élégantes. En la comparant à la nôtre, on remarquera que la marche que nous avons suivie est différente, et réduit en outre les calculs à un plus petit nombre de logarithmes. Cet auteur observe que ce problème est plus curieux qu'utile aux marins; il nous semble cependant qu'il peut avoir son utilité, dans le cas, à la vérité fort rare, où l'on ne serait pas pourvu d'éphémérides astronomiques, pour en obtenir la déclinaison du soleil ou d'une étoile, lors des observations.

Au reste, nous n'entrerons pas, pour le moment, dans de plus grands développemens à cet égard, ce problème n'ayant qu'un rapport indirect avec celui qui fait la matière du présent Mémoire. (*Suivent les tableaux.*)

V

s a

2 1/4 h.	5 3/4 h.	6 h.	6 1/4 h.	6 1/2 h.	VALEURS DE P.
1'1'15"	3'31"	3'37"	3'42"	3'47"	1h30'
0.0.53	2.56	3. 3	3. 8	3.12	1.45
0.0.35	2.30	2.36	2.42	2.46	2. 0
0.0.21	2. 9	2.15	2.20	2.25	2.15
0. 0. 9	1.51	1.57	2. 3	2. 8	2.30
0. 0. 0	1.37	1.43	1.48	1.53	2.45
0.0. 9	1.24	1.30	1.36	1.41	3. 0
0.3 0.46	3.20	3.28	3.36	3.42	2. 0
0.1 0.28	2.51	3. 0	3. 7	3.14	2.15
0.12	2.28	2.36	2.44	2.50	2.30
.1 0. 0	2. 9	2.17	2.24	2.31	2.45
.2 −0.12	1.52	2. 0	2. 8	2.14	3. 0
0.15	3. 5	3.15	3.25	3.33	2.30
.1 0. 0	2.41	2.51	3. 0	3. 9	2.45
.2 −0.15	2.20	2.30	2.40	2.48	3. 0
.3 −0.18	2.48	3. 0	3.12	3.22	3. 0

6 h.	6 1/4 h.	6 1/2 h.	VALEURS DE P.
3′48″	3′49″	3′50″	$0^h30'$
2.31	2.32	2.33	0.45
1.52	1.54	1.55	1. 0
1.28	1.30	1.31	1.15
1.12	1.14	1.16	1.30
1. 1	1. 3	1. 4	1.45
0.52	0.54	0.55	2. 0
0.45	0.47	0.48	2.15
0.39	0.41	0.43	2.30
0.34	0.36	0.38	2.45
0.30	0.32	0.34	3. 0
3.44	3.47	3.50	1. 0
2.57	3. 0	3. 2	1.15
2.25	2.28	2.31	1.30
2. 2	2. 5	2. 8	1.45
1.44	1.48	1.51	2. 0
1.30	1.34	1.37	2.15
1.18	1.22	1.25	2.30
1. 8	1.12	1.16	2.45
1. 0	1. 4	1. 7	3. 0

OBSERVATOIRES D'ANGLETERRE.

L'espace et le temps nous ont manqué pour faire entrer dans ce 3ᵉ vol. de la *Correspondance*, des notices sur la disposition des principaux observatoires d'Angleterre. Nous espérons pouvoir les donner dans un prochain numéro. Les plans que nous aurons soin d'y réunir, pourront former peut-être la partie complémentaire du travail intéressant que M. *Gautier*, de Genève, a fait paraître dans la *Bibliothéque universelle*. M. *Moll*, professeur à l'université d'Utrecht, a bien voulu nous promettre depuis de joindre ses observations aux nôtres.

A. Q.

MÉTÉOROLOGIE.

Sur les observations météorologiques faites à l'Observatoire Royal de Paris.

Nous venons de recevoir le Mémoire de M. *Bouvard*, dont nous avons déjà donné une analise à la page 150 du 3ᵉ vol. de ce recueil. En attendant que nous puissions faire connaître plus particulièrement ce travail important, nous reproduirons

ici le *Résumé général des phénomènes météorologiques*, observés pendant les 21 dernières années.

MOIS.	JOURS								PLUIE TOMBÉE	
	COUVERTS.	DE PLUIE.	NUAGEUX.	DE GELÉE.	DE BROUILL.	DE NEIGE.	DE GRÊLE.	DE TONNERRE.	Sur l'observatoire.	Dans la cour.
									mm	mm
Janvier.	21	11	10	15	15	3	1	0	33,35	38,70
Février.	20	11	8	12	25	2	1	0	31,99	38,43
Mars . .	15	11	16	8	19	3	2	0	32,42	44,54
Avril . .	12	11	18	4	14	1	1	1	32,30	37,78
Mai. . .	12	13	19	0	7	0	1	3	48,89	64,82
Juin . .	12	12	18	0	4	0	1	3	47;87	54,59
Juillet. .	12	12	19	0	4	0	0	3	38,55	40,79
Août . .	10	12	21	0	7	0	0	2	42,50	43,97
Septem.	11	11	19	0	12	0	0	1	43,60	55,55
Octobre.	16	13	15	1	18	0	0	1	45,63	53,91
Novem.	20	13	10	7	23	1	1	0	44,06	46,87
Décemb.	23	12	8	11	22	2	1	0	41,25	44,78
Moyennes annuelles.	184	142	181	58	180	12	9	14	482,41	564,72

On voit que généralement en hiver, le ciel est moins nuageux, mais plus fréquemment couvert que dans les autres saisons, on voit aussi que l'hiver présente moins de jours de pluie, mais que, vers son commencement et sa fin, les brouillards sont plus fréquens; il est remarquable encore qu'il tombe moins d'eau pendant cette saison. La quantité qui tombe dans

la cour, surpasse d'un sixième environ celle qui tombe sur l'observatoire.

DIRECTION DU VENT.

	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-Est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.
Janvier. . . .	5	4	2	2	6	5	4	3
Février. . . .	3	3	2	3	7	6	6	3
Mars	5	5	1	2	4	5	6	3
Avril	5	5	2	2	5	4	4	3
Mai	4	3	3	2	5	6	6	2
Juin	5	4	2	1	3	5	7	3
Juillet	4	2	1	1	4	6	8	3
Août	3	2	2	1	3	7	8	3
Septembre . .	4	3	2	2	5	6	5	3
Octobre. . . .	3	2	2	3	8	6	5	2
Novembre . .	2	3	2	2	6	6	6	4
Décembre . .	2	4	2	2	7	5	5	2
Moyennes annuelles.	45	40	23	23	63	67	70	34

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE.

Note sur les vaisseaux insubmersibles, nouvellement construits en Angleterre, communiquée par M. Dandelin, professeur à l'École Royale des Mines, à Liége (1).

Au milieu des nombreuses inutilités auxquelles on accorde si facilement en Angleterre des *patentes* d'invention, il ne

---

(1) M. *Dandelin*, avec qui j'ai eu l'avantage de faire un voyage en Angleterre, a bien voulu consentir à enrichir la *Correspondance* de différentes notes sur la mécanique industrielle, qu'il a recueillies dans les courses qu'il a faites pour visiter les mines de ce royaume. A. Q.

peut manquer de se présenter çà et là quelque découverte importante pour le bien-être de l'humanité ou le perfectionnement des arts mécaniques. Pendant les derniers jours de mon voyage en Angleterre, notre respectable ambassadeur M. *Falk*, m'a procuré l'occasion de voir les détails du projet d'un navire insubmersible : M***, à qui l'on doit cette idée, a imaginé de remplir toutes les cavités que renferment entre elles les diverses pièces de la charpente des flancs et des ponts d'un vaisseau, avec des tubes cylindriques en cuivre laminé, entièrement fermés aux deux extrémités. De cette manière, la pesanteur spécifique du bâtiment est changée, et M*** a calculé les dimensions de l'ensemble de ces cylindres de manière à ce qu'un vaisseau sous sa charge ordinaire, ayant une voie d'eau, ne puisse enfoncer jusqu'au premier pont. L'exactitude et le soin de ces calculs ne laisse aucun doute sur le résultat, et ce qu'il y a d'important dans ceci, c'est que d'après une estimation faite avec soin, M*** établit que cette modification peut être faite dans un vaisseau de guerre, sans autre augmentation de prix que d'un vingtième de celle du bâtiment.

REVUE SCIENTIFIQUE.

La première classe de l'Institut Royal des Pays-Bas vient de publier son programme pour l'année 1828. Parmi les questions proposées, on remarque la suivante, qui se rattache plus particulièrement aux sciences exactes.

Dans les grandes opérations géodésiques qui comprennent un très-grand nombre de triangles, les erreurs inévitables de la mesure de angles, exécutée même avec les meilleurs instrumens, peuvent s'accumuler au point d'avoir une influence fautive sur les résultats définitifs. Aussi les savans célèbres qui ont établi la base du système métrique décimal adopté dans ce Royaume, ont jugé avec raison, qu'une base unique, mesurée dans les environs de Paris, était insuffisante pour fixer avec sécurité la chaîne entière des triangles, qui s'étend de Dunkerque aux îles Baléares, et qu'il devenait indispensable d'en établir une seconde plus près de l'extremité méridionale de la méridienne, et destinée à vérifier et à confirmer les résultats obtenus au moyen de la première.

Un géomètre des Pays-Bas a continué les travaux de la méridienne de France, par une chaîne de plus de 180 triangles qui s'étend sur le Royaume des Pays-Bas : l'exactitude de ces travaux ne laisse rien à désirer, mais on pourrait craindre encore qu'une accumulation d'erreurs, qui paraît inévitable sur un aussi grand nombre de triangles, n'eût un effet sensible sur les derniers résultats, ensorte qu'il serait utile d'en vérifier l'exactitude par la mesure d'une base près de la partie septentrionale de la chaîne :

En conséquence, la Première Classe de l'Institut Royal des Pays-Bas propose pour sujet de prix :

De mésurer une base *dans une situation convenable des Provinces de* Frise, *de* Groningue, *ou du* Pays d'Ost-Frise, *de dix, à douze mille mètres au moins, et de la rattacher à un des triangles du Général* Krayenhoff, *le tout avec une exactitude qui ne soit point inférieure à celle des travaux les plus récens du même genre, exécutés par les savans tant Anglais que Français.*

La classe décerne une médaille d'or de la valeur de cinq cents florins, à l'auteur du meilleur mémoire en réponse à cette question. Les réponses devront êtes remises avant la fin de décembre 1830.

La classe décerne en outre une médaille d'or de la valeur intrinsèque de trois cents florins aux savans qui, avant le mois de décembre de l'an 1828, auront fait, à son jugement, les découvertes les plus intéressantes, ou auront publié le meilleur ouvrage sur quelque branche des sciences naturelles.

Extrait d'une lettre adressée au rédacteur, par M. Ed. SABINE, secrétaire de la Société Royale de Londres.

« Nous avons lu hier un Mémoire de M. *Airey*, qui met en comparaison les tables solaires de *Delambre*, et les observations de Greenwich, depuis 1816 jusque 1827, au nombre de 1212. Le résultat s'accorde à bien peu de chose près avec celui que donne *Burchkart* dans la *Connaissance des temps*, et qu'il déduit des observations de *Maskelyne*, quant à l'apogée et à la masse de Vénus, et à la masse de Mars; mais il en diffère beaucoup quant à la correction du mouvement du périgée. Il diminue aussi l'équation pour l'effet de l'action de la lune sur la terre, qu'il fait de 6″,46 au lieu de 7″,5, dont se sert *Delambre*. En employant les tables actuelles, M. *Airey* trouve les *maxima* d'erreur

$$\left.\begin{matrix} -\ 11'' \\ +\ 0,\ 5 \end{matrix}\right\} \text{environ.}$$

Car je cite d'après ce que je me rappelle. »

» La nouvelle la plus intéressante que j'aie apprise depuis peu, est qu'on a construit un bateau à vapeur sur la rivière le *Hudson*, qui a fait le voyage entre Albany et New-York (166 milles anglais) dans l'espace de dix heures et demie, abstraction faite de l'influence du mouvement des eaux. Le nom du bateau est le *North-America*, etc. »

Portlandplace, 7 décembre 1827.

— L'Académie Royale de Bruxelles, dans sa séance du 10 novembre, à entendu la lecture d'un mémoire de M. *Pagani*, sur l'intégration complète de l'équation du mouvement de la chaleur dans une barre prismatique (*Voyez* à la page 237 de ce vol.). M. *Quetelet* a répété deux expériences : l'une concernant la chute d'une lentille le long d'un plan incliné, et l'autre sur les axes permanens de rotation (*Voyez* pages 207 et 208). Dans cette séance, M. *Huguenin*, directeur de la fonderie royale de Liége, a été nommé membre, et les savans anglais MM. *South* et *Barlow* ont été nommés correspondans de l'Académie; M. *Victor Cousin* avait été également porté au nombre des correspondans dans la séance précédente.

QUESTIONS.

I. On prend successivement 13 cartes dans un jeu de 52 cartes; et chaque fois, avant de retourner la carte que l'on sépare des autres, on devine son nom. Quelle est la probabilité que l'on devinera juste au moins une fois?

On conçoit qu'on peut généraliser ce problème.

II. Soit dans le cercle C, le point *a*, pôle d'une droite fixe A; on demande quelle ligne parcourrait le pôle *a*, si le centre du cercle parcourait une ligne droite B.

III. Quelle est, pour un joueur désigné, la probabilité d'avoir huit *à tous*, dans une partie de Whist, si ce joueur n'est pas celui qui donne?

Observation. Nous rappellerons que onze questions proposées dans ce troisième volume, sont restées sans réponses.

QUESTIONS		
A RÉSOUDRE.	RÉSOLUES.	LIVRAISONS.
N° 1	N° 2, 3, 4	1e
1, 2, 3	4	2e
1	2, 3, 4	3e
»	1, 2 (*)	4e
1, 2, 3	»	5e
1, 2, 3	»	6e

(*) Ces solutions sont arrivées trop tard pour pouvoir trouver place dans ce cahier.

FIN DU TROISIÈME VOLUME.

TABLE

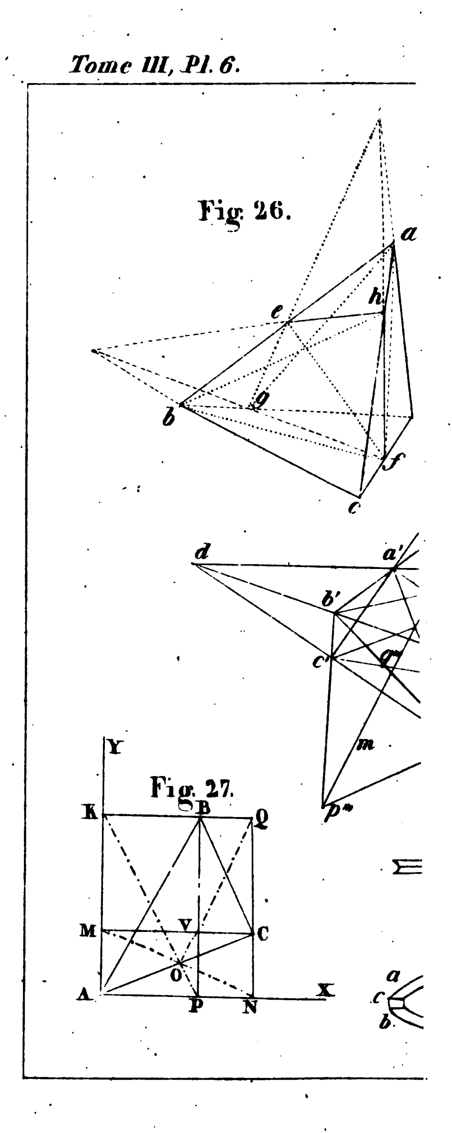
DES MATIÈRES DU TROISIÈME VOLUME.

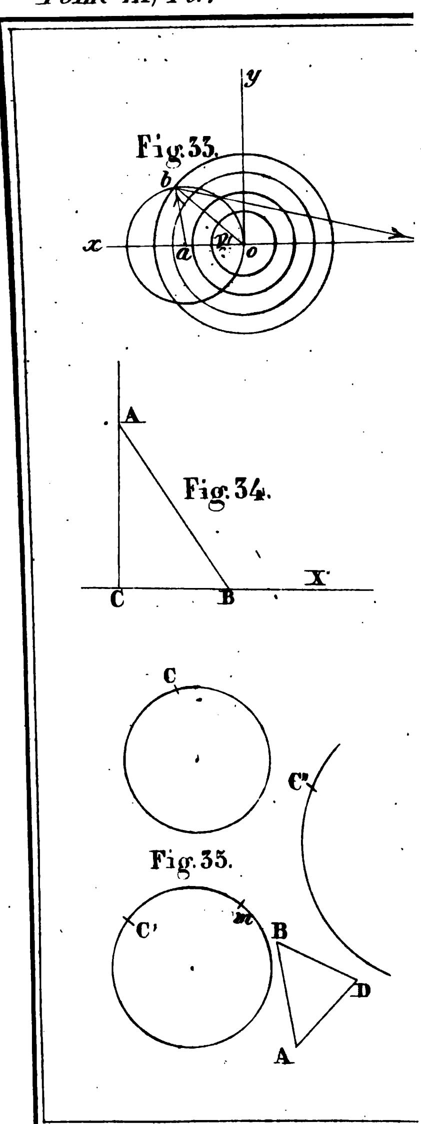
Mathématiques transcendantes.

Mathématiques appliquées.

Revue scientifique.

FIN DE LA TABLE DU TROISIÈME VOLUME.


Fig. 26.
a
h
e
g
b
f
c
d
a'
b'
c'
q'
m
p''
Fig. 27.
Y
K
B
Q
M
V
C
O
A
P
N
X
a
c
b


y
Fig. 33.
b
x
a
o
A
Fig. 34.
X
C
B
C
C''
Fig. 35.
C'
m
B
D
A

11, Pl. 7.

